Wolters-Noordhoff

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

816
357
492

jaargang 67 1991 | 1992 september

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

ISSN 01.65-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

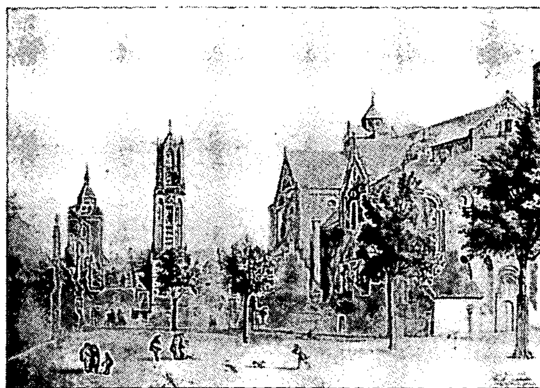
Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ60,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ39,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ10,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
ACQUI' MEDIA, Postbus 2776, 6030 AB Nederweert.
Tel. 04951-2 65 95. Fax. 04951-2 60 95.

Inhoud



'Perspectiven'

● Actualiteit ● ● ●

▶ Bij het begin van de 67e jaargang

67 jaar jong

Euclides is ongetwijfeld één van de oudste Nederlandse onderwijsbladen. (Wie ons een ouder Nederlands onderwijstijdschrift weet te noemen, zijn we daarvoor bij voorbaat erkentelijk!) Dit mag zo zijn, Euclides wil graag jong van geest blijven.
Grote veranderingen staan voor de deur. Het nieuwe onderbouw-programma nadert zijn voltooiing; ook dit najaar zijn er dienaangaande weer regionale bijeenkomsten, die hopelijk even druk worden bezocht als vorig jaar. In Euclides willen we er weer verslag van doen.
Daarnaast wordt, overal in het wiskundeonderwijs, meer en meer de computer gebruikt. Oude waarden verdwijnen, nieuwe verschijnen. Wie weet nog hoe een tabel met goniometrische verhoudingen was opgezet? Hetzelfde geldt straks voor het kwadraat-afsplitsen en voor het functie-onderzoek. In het artikel van Jan van Maanen, dat in dit eerste nummer van jaargang 67 staat, blijkt wel dat er nu méér tijd komt voor echte wiskunde!

Wiskunde is overal ...

... en daarom willen we graag aandacht blijven geven aan de ontwikkelingen binnen het wiskundeonderwijs aan diverse schoolsoorten, aan toegepaste en aan zuivere wiskunde, aan didactiek en aan vakinhoud.
Als altijd geldt: uw bijdragen, beste lezer, worden door ons gaarne ingewacht! Deze bijdragen mogen echt overal over gaan, als er maar een raakvlak is met het wiskundeonderwijs. Ook uw reacties op verschenen bijdragen, bijvoorbeeld in de vorm van een brief, zijn zeer welkom. Het afgelopen jaar mochten we enige malen een brief publiceren.

Dingen die blijven

Op de Werkbladen publiceerden we vorig jaar opgaven uit experimentele examens. Truus Dekker heeft ze negen keer verzorgd, en op deze plaats willen we haar graag bedanken voor haar bijdragen. Dit jaar gaan we door met het publiceren van opgaven vanuit het team W 12-16 op de Werkbladen. Ook nu zal Truus Dekker daaraan haar bijdrage leveren, maar andere leden van het team W 12-16 zullen eveneens meewerken.
De recreatie-rubriek, die nu al weer twee jaar verzorgd wordt door Jan de Geus, mag zich verheugen in een groeiende belangstelling. Er zijn al collega's die de recreatie-opgaven kopiëren voor hun kennissen. Die kennissen zouden natuurlijk zelf ook best abonnee mogen worden ...
Gelukkig mochten we positieve reacties beluisteren op de rubriek '40 jaar geleden', die er één jaar op heeft zitten. Deze rubriek zetten we dus zeker voort. In de oneven afleveringen verschijnt een passage uit Euclides van 40 jaar geleden, in de even afleveringen verschijnen enkele vraagstukken uit het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde van toen.

Redactie

Met gemengde gevoelens moeten we berichten over de wijzigingen in de samenstelling van de redactie. Enerzijds is er het vertrek van Auke Oosten en Pieter de Roest; zij verlieten de redactie omdat zij menen dat het bestuur van de NVvW onvoldoende steun gaf aan de realisering van het redactiebeleid. Euclides zou, naar de mening van de redactie, met name een platform moeten zijn voor discussies over ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs, en dan

wel vooral in de eerste fase. De redactie vond en vindt niet, dat zij in dat streven volop gesteund wordt door het bestuur.
Auke Oosten trad in 1985 toe tot de redactie als eindredacteur. In 1987 werd hij bovendien voorzitter. Vanaf 1988 was hij alleen voorzitter. Hij was de eerste die het voorzitterschap als afzonderlijke functie bekleedde; voordien deed de hoofdredacteur dat er zo'n beetje bij. Hij heeft zich in zijn functie ten volle waar gemaakt: de redactie vertegenwoordigend waar nodig, en intussen zijn mederedacteuren in hun waarde latend. Wij zeggen hem veel dank!
Pieter de Roest trad in 1981 toe tot de redactie als redactiesecretaris. Zijn werk was het voeren van de correspondentie over artikelen die de beoordelingsronde(n) achter de rug hadden, maar die nog niet in de vorm van gezette kopij bestonden. Ook notuleerde hij de redactievergaderingen. Het tekent hem, dat hij, toen hij beslist had op te stappen, tegelijk aanbood voorlopig zijn werkzaamheden voort te zetten totdat een opvolger zou zijn gevonden. Ook hem zijn wij veel dank verschuldigd!
Een nieuwe redactiesecretaris kennen wij op het moment dat dit voorwoord geschreven wordt nog niet. Er wordt naarstig verder gespeurd, opdat de continuïteit in het gehele redactiewerk zo goed mogelijk gewaarborgd wordt. Overigens: ieder lid van de NVvW kan zijn/haar belangstelling om deel te nemen aan de redactiewerkzaamheden altijd aan ons kenbaar maken. Graag zelfs, wat ons betreft. Dat geldt zeker ook voor wie niet opteert voor de vervulling van het redactiesecretariaat. Vooral een extra inbreng uit de eerste fase zou zeer welkom zijn.
Inmiddels verwelkomen wij met vreugde Bert Zwaneveld en Ynske Schuringa. Zij gaan het voorzitterschap, respectievelijk het eindredacteurschap vervullen. Tegelijk stopt Agnes Verweij als eindredacteur; zij blijft wel deel uitmaken van de redactie.
De koers die de redactie volgt blijft dezelfde.
Daarbij hopen wij op blijvend herstel van de goede relatie met het bestuur, en op voortzetting van de goede relatie met de uitgever.

De redactie

● 40 jaar geleden ● ●

▶ Cascade

Een typische vertegenwoordiger van bovenbedoelde groep van min of meer zwakke leerlingen, die wij gemakshalve met 'Jansen' zullen aanduiden, moet dus trachten in een vol jaar deze stof onder de knie te krijgen. Hij wordt verondersteld het jaar te beginnen met een voldoende kennis van de stof, die in het vorige jaar behandeld is.
Daar hij een zwakke leerling is, zal hij § 1 niet geheel en al voldoende meester worden. Aan zijn inzicht in deze stof ontbreekt hier en daar nog wel iets.
Na enige tijd wordt overgegaan tot § 2, waarvan de stof steunt op die van § 1. Daar hij § 1 minder goed onder de knie heeft dan de stof van het vorige jaar en hij nu eenmaal 'zwak' is, zal door deze twee oorzaken § 2 minder goed beheerst worden dan § 1. Eerstgenoemde oorzaak werkt dus steeds sterker. Elke volgende § zal er minder goed ingaan. Zijn kennis van de achtereenvolgende paragrafen wordt gaandeweg kleiner en zal dus de tendens hebben een cascade te vertonen. Wij leraren weten maar al te goed, dat dit verschijnsel zich bij sommige (misschien bij vele, in ieder geval bij te veel) leerlingen inderdaad voordoet.

S. J. Geursen in Euclides 27-2 (1951-1952).

De redactie plaatste bij dit artikel destijds als naschrift:
Hoewel verschillende redactieleden het met de strekking en vele passages van bovenstaand artikel van den heer Geursen niet eens zijn, heeft de redactie toch besloten het te plaatsen, daar het artikel een belangrijk onderwerp aan de orde stelt en tot een vruchtbare discussie aanleiding zou kunnen geven.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Computer-algebra in het vwo: ondersteunend of ondermijnend?

Jan van Maanen

Onder deze titel werd op vrijdag 5 april 1991, als onderdeel van het 27ste Nederlands Mathematisch Congres, een symposium gehouden over de mogelijke betekenis van computer-algebra voor het voortgezet onderwijs. Het symposium, een initiatief van Dr. J. Top (Vakgroep Econometrie, Erasmus Universiteit), had rond de 70 deelnemers, van wie ongeveer een derde werkzaam in het voortgezet onderwijs.
Op dit moment zijn er computerprogramma's beschikbaar (zoals DERIVE en MAPLE) waarmee leerlingen het grootste deel van het rekenwerk kunnen verrichten dat bij de analyse-opgaven uit de vwo-B-stof nodig is. Voor vwo-A geldt hetzelfde, met matrixrekening als extra toepassingsmogelijkheid. De programma's stellen de gebruiker namelijk in staat om naast het maken van numerieke berekeningen en het tekenen van grafieken ook symbolisch rekenwerk uit te voeren. Daartoe behoren activiteiten als 'haakjes verdrijven', ontbinden in factoren, berekenen van limieten, afgeleiden en primitieven, vergelijkingen en stelsels vergelijkingen exact oplossen, de gebruikelijke berekeningen met matrices maken, inclusief het berekenen van eigenwaarden en eigenvectoren – zeer de moeite waard, al hoort het niet tot de directe examenstof – en zo nog veel meer zaken waaraan vwo-leerlingen het merendeel van hun tijd besteden, als ze tenminste niet reeds het moede hoofd in de schoot hebben gelegd.
Centraal in het symposium, dat voorgezeten werd door Dr. J. A. van Maanen (van wie ook dit verslag afkomstig is) stond de vraag hoe het onderwijs in de bovenbouw van het vwo op dit gegeven moet reageren, en of de opkomst van de computer-algebra wellicht op iets langere termijn tot veranderingen in het examenprogramma vwo-B zal moeten leiden.

Om de actualiteit van het onderwerp, ook internationaal gezien, te benadrukken opende de voorzitter met twee recente citaten.
Als eerste haalde hij de oratie van Prof. Dr. J. de Lange aan. De Lange somt aan het eind van zijn betoog een aantal onderzoeksvragen op. De eerste daarvan luidt:
'Het bovenbouwprogramma vwo-B is aan een drastische vernieuwing toe. Allereerst is het analyse-deel bij de herverkaveling in 1985 buiten de verandering gebleven. In het licht van de snel naderende zakcomputer als de TI-81 en de mogelijkheden van computer-algebra lijkt deze verandering zeer ingrijpend te gaan worden. Daarbij zal met name met wiskundigen overlegd moeten worden[1].'
In het tweede citaat, uit een artikel dat enkele dagen voor het Symposium verscheen, stelt de Engelse didacticus Neil Bibby:
'Het sleutelwoord is "vrijheid". Als het CSE vwo-B (bij het vertalen aangepast aan de Nederlandse situatie; Bibby heeft het over het Engelse A-level examen.) inderdaad bestaat uit 10 minuten wiskunde en vijftig minuten gedoe, dan is het hoog tijd om het examenprogramma opnieuw te bezien en daarbij rekening te houden met de mogelijkheden van automatisering die de computer-algebra-pakketten ons bieden[2].'

Na deze schoten voor de boeg was het woord aan de twee inleiders. Als eerste sprak Drs. P. H. M. Drijvers (Vakgroep OW & OC, Rijksuniversiteit Utrecht). Hier volgt een samenvatting van zijn inleiding:

Computer-algebra in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs

Het essentiële kenmerk van een Computer-algebra-Systeem is het vermogen om symbolische algoritmen uit te voeren. Rekenen met variabelen, formulemanipulatie, exact rationaal rekenen, differentiëren en primitiveren zijn m.b.v. een dergelijk pakket eenvoudig uit te voeren. Daarnaast kan het systeem grafieken tekenen en numeriek (benaderend) rekenen.
De vraag is welke gevolgen computer-algebra voor het wiskunde-onderwijs zal hebben. Wanneer de symbolische zakcomputer op de markt komt zal het onderwijs daarop snel moeten reageren. Bij de vakgroep OW&OC van de Rijksuniversiteit Utrecht wordt in het kader van het project 'Computer-algebra in de bovenbouw V.O.' lesmateriaal ontwikkeld waarin het pakket DERIVE centraal staat. Twee voorbeelden uit dit materiaal worden besproken. Het gaat om opgaven uit de huidige schoolboeken.

In het eerste voorbeeld gaat het om de maximale inhoud van een doosje dat gevouwen is uit een stuk karton van 20 bij 20 centimeter. Het grafisch of analytisch oplossen van dit probleem met DERIVE is eenvoudig voor wie in staat is de vertaalslag naar de formule te maken. Het uitvoeren van een functie-onderzoek wordt minder belangrijk omdat DERIVE dat over kan nemen. Verder komen nieuwe vragen binnen het bereik van de leerling. Wat gebeurt er als de zijde van het karton lengte a heeft? En wat als het een rechthoek is?

In het tweede voorbeeld komt een Lesliematrix aan de orde. Ook hier geldt dat de techniek van de matrixvermenigvuldiging niet beheerst hoeft te worden. Wel is het relevant om te weten wat de macht van de matrix in dit verband voorstelt. Ook dit sommetje is snel af, maar nieuwe openingen bieden zich aan. Wat bijvoorbeeld als het vruchtbaarheidscijfer verandert? Exponentiële groei komt aan de orde. Leerlingen blijken in de klas weinig moeite met de bediening van DERIVE te hebben. Wat het leereffect van een DERIVE-practicum is zal echter nauwkeurig onderzocht moeten worden.

Aan de intrede van computer-algebra in de wiskundeles zijn risico's verbonden. Het grootste gevaar is dat de ontwikkeling genegeerd wordt. Een tweede risico is dat meer aandacht besteed zal worden aan concepten en abstracties. Daarmee wordt het vak voor veel leerlingen moeilijker. Daar staan ook kansen tegenover. Het onderwijs kan verrijkt worden door de mogelijkheden die computer-algebra biedt tot zelf experimenteren, zelfontdekkend leren, het opossen van realistische problemen en het mathematiseren.

De tweede inleiding werd verzorgd door Dr. S. L. Kemme (Rijksuniversiteit Groningen), die voorstelde om het werken met computer-algebra te analyseren door er het soort vragen bij te stellen die bij je opkomen als je op reis bent. In de volgende samenvatting wordt dit verder uitgewerkt:

Reizen per computer

Computergebruikers hebben via het beeldscherm en het toetsenbord toegang tot een wereld die achter het venster van het beeldscherm lijkt te liggen. Met behulp van computerprogramma's 'reizen' ze door een wereld van symbolische objecten. Door het intypen van commando's kunnen ze die wereld ook veranderen. Ze kunnen nieuwe objecten maken of bestaande objecten wijzigen. Op die manier kunnen ze experimenten uitvoeren en eigenschappen en wetmatigheden van die symbolische wereld afleiden.
De activiteiten van de reiziger worden in sterke mate bepaald door de wijze van organisatie van het computerprogramma. Werkt het als een spoorboekje, dat het reizen in een reeds bekende wereld gemakkelijker maakt? Is het programma misschien een globale reisgids, die attendeert op interessante plekjes die de reiziger dan verder zelf kan onderzoeken? Of gedraagt het zich als een (irritante) reisleider, die bij ieder nieuw vergezicht ongevraagd tekst en uitleg geeft? Het computerprogramma zet de 'reiziger' dus aan tot specifieke activiteiten. Daarmee biedt de reismetafoor allerlei mogelijkheden om het effect van een computerprogramma te analyseren.
Deze gedachte wordt verder uitgewerkt door twee

van dit soort 'reis'-kenmerken te gebruiken om een beeld te geven van de (on)mogelijkheden van het programma DERIVE.
Op reis zijn er taalproblemen, en zo ook bij het werken met DERIVE. Een korte demonstratie maakt duidelijk dat het programma sommige boodschappen anders begrijpt dan de reiziger ze bedoelt, maar het contact valt toch vrij snel te leggen, zeker als de reiziger niet bij de pakken neerzit.

Interessant is ook het kenmerk van de verbazing op reis dat het in den vreemde anders gaat dan thuis. Het voorbeeld van de opgave uit een eerstejaars analyse-college om $\int \frac{1}{1+x^4}\,dx$ te bepalen laat zien dat de primitieve verbazend snel verschijnt en dat het programma bij doorvragen (naar de factorisatie van de noemer, bijvoorbeeld) heel toeschietelijk is in het prijsgeven van zijn geheimen. Op deze wijze valt er, al experimenterend, veel te leren. Informatie wordt voor leerlingen toegankelijker dan ze nu meestal is, en door op de grote weg goed op te schieten, waartoe een programma als DERIVE de mogelijkheid biedt, bestaat de mogelijkheid om meer en interessantere wiskunde aan te bieden dan nu het geval is.

Discussie

Een forumdiscussie naar aanleiding van stellingen van de forumleden (Drs. A. W. Boon, Chr. Gymnasium Sorghvliet, Den Haag; Drs. J. W. Maassen, secretaris van de NVvW; Mw. Drs. M. Pranger, Chr. Lyceum Zeist; Prof. Dr. F. H. Simons, TU Eindhoven, en de twee inleiders) besloot het symposium. De discussie, waaraan de aanwezigen in de zaal actief deelnamen, werd na afloop van de 'officiële speeltijd' in kleinere kring voortgezet.

Als eerste kwam de vraag aan de orde in hoeverre inschakeling van computer-algebra het onderwijs minder persoonlijk zal maken (Boon: *'We snellen computergestuurd naar een a-persoonlijke maatschappij: de leerling ziet de computer wel staan, maar de computer ziet de leerling niet staan'*). Over het algemeen werd deze vrees niet gedeeld. Het onderwijs heeft nu ook onpersoonlijke, routinematige kanten. Zo stelde Pranger: Voor docenten is het gemakkelijker om leerlingen allerlei vaardigheden bij te brengen, zoals daar zijn: het ontbinden in factoren, de wortelformule toepassen, breuksplitsen etc. Trainen, trainen en op den duur lukt het wel. Voor docenten is het moeilijk leerlingen oplossingsstrategieën bij te brengen. Hoe begin je aan een vraagstuk, waar moet je naar kijken, welke verbanden kun je leggen.' Vandaar haar stelling: '*Haakjes wegwerken is voor de luie (leraar).*' Bovendien (bijdragen uit de zaal:) wordt de software door mensen geschreven. De ontwikkelaars van de programma's zijn herkenbaar aanwezig en van hun aanpak kunnen leerlingen veel leren. De mens blijft bepalen wat er gebeurt, maar het instrumentarium waarover hij beschikt wordt groter. Hij maakt, in muziektermen gesproken, de overstap van solist naar dirigent.

Men was het erover eens dat leerlingen, als computer-algebra in het onderwijs gebruikt gaat worden, nog steeds een grote hoeveelheid stof zelfstandig moeten beheersen. Bovendien is het maar schijn dat leerlingen niets meer zelf hoeven te kunnen, want er zal een verschuiving in de leerstof optreden. Doordat minder tijd aan rekenwerk besteed hoeft te worden, zal de aandacht verschuiven naar de achterliggende begrippen (Drijvers; zo ook Simons: '*Het gebruik van computer-algebra leidt tot een verandering van het wiskundeonderwijs. Voor de meesten wordt dit overbodig en voor de overigen moeilijker, maar wel interessanter*').
Dat computer-algebra er zal komen werd evenmin betwijfeld. Als het niet gestructureerd wordt ingevoerd, dan zal het in elke school zijn eigen weg gaan. Kernpunt bij een beheerste invoering zijn daarom leerplan en examenprogramma (Maassen: '*Of computer-algebra in het vwo ondersteunend of ondermijnend is, hangt af van leerplanontwikkelaars en examenopstellers. Zij moeten er voor zorgen dat de computer het wiskundig denken van de leerling gaat ondersteunen en niet gaat vervangen*'). Hoewel '*het effect van het gebruik van computer-algebra binnen de* ***huidige*** *opzet van het wiskundeonderwijs te*

verwaarlozen is' (Kemme), is een start nu reeds mogelijk en wenselijk (Drijvers: *Wie het wiskundig inzicht van leerlingen wil toetsen laat ze bij het schoolonderzoek DERIVE gebruiken'*).

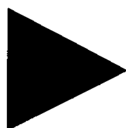
De discussie in kleinere kring, die zelfs de belangstelling van Radio Rijnmond trok, spitste zich toe op de opmerking van Simons dat computer-algebra een middel is en geen doel[3].
Als dat middel bijdraagt tot een zinnige invulling van de vwo-wiskunde is dat mooi, maar belangrijker op dit moment is de vraag wat er met het vwo-B-programma moet gebeuren. Daarin zou meer aandacht moeten zijn voor wiskundig redeneren, probleemanalyse en modelvorming. Een tweede argument voor het herzien van het vwo-B-programma is volgens verschillende aanwezigen dat sommige onderdelen van het huidige programma (ruimtemeetkunde, differentiaalvergelijkingen) onbevredigend gevonden worden.

Conclusie

Een heroverweging van het vwo-B-programma is geboden. Daarbij dienen onder andere de toepassingsmogelijkheden van computer-algebra betrokken te worden[4].

Noten

1. Jan de Lange, *Hard tegen Hart. Vernieuwing in het wiskunde-onderwijs.* Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van gewoon hoogleraar in de didactiek van het wiskunde- en informatica-onderwijs aan de Rijksuniversiteit Utrecht op woensdag 16 januari 1991. Citaat op p. 47.
2. Neil Bibby, 'Wherefore "plug-and-chug"?: computeralgebra versus A-level mathematics', *Mathematical Gazette* 75 (March 1991), pp. 40-48. Citaat op p. 47.
3. Zie ook zijn bijdrage over 'Aansluitingsproblematiek VWO-WO', *Euclides* 66, nr. 7 (april 1991), p. 204-206.
4. Allerlei initiatieven voor de bestudering en ontwikkeling van toepassingen zijn reeds gaande: de experimenten binnen het huidige vwo-programma, zoals die nu reeds plaatsvinden bij de vakgroep OW&OC van de Rijksuniversiteit Utrecht en de oprichting op 27 maart 1991 van een '*CON*tactgroep *C*omputer-*A*lgebra *V*oor het *O*nderwijs' (met als voorlopige naam CONCAVO), te bereiken via het Expertisecentrum CAN (t.a.v. Drs. A. J. P. Heck), CWI, Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam.



Boekbespreking

Rik Aerts & Magda Deckers: *Kinderen rekenen*, 267 blz; *f*49,50, 1989, uitgeverij Acco Leuven/Amersfoort.

Voor wiskundeleraren in het voortgezet onderwijs komt het rekenonderwijs steeds meer in de belangstelling te staan. In de basisvorming wiskunde is ook het onderdeel rekenen opgenomen vanuit de gedachte dat het rekenonderwijs in de basisschool geen eindonderwijs meer is. Verder hebben zich in het rekenonderwijs in de basisschool ontwikkelingen voorgedaan in de richting van realistisch reken- en wiskundeonderwijs die ook het wiskundeonderwijs voor 12- tot 16-jarigen zullen gaan beïnvloeden. Iedere wiskundeleraar kan uiteraard kennis nemen van het reken- en wiskundeonderwijs in de basisschool door een moderne methode voor het basisonderwijs in te kijken. Of door de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (uitg. Zwijssen, Tilburg; de eerste 2 delen zijn inmiddels verschenen: Overzicht einddoelen en Basisvaardigheden en cijferen) waarin het programma voor het Nederlandse reken- en wiskundeonderwijs in de basisschool uitvoerig wordt beschreven en in een didactische context geplaatst.

In het boek 'Kinderen Rekenen' met als ondertitel: 'een procesmatige benadering' van Rik Aerts en Magda Deckers komt het rekenonderwijs bij onze zuiderburen in beeld. Op uitgebreide en zeer nauwgezette wijze wordt in dit boek beschreven hoe het rekenleerproces vanaf het aanvankelijk rekenen in de kleuterschool tot en met het rekenen met decimale getallen en breuken dient te verlopen. Heel consequent wordt daarbij het didactische model van eerst handelen met concrete materialen, daarna verwoorden en tenslotte werken met schematische voorstellingen uitgewerkt. De leerkracht wordt daarbij een uitgebreide handleiding aangereikt die, volgens de auteurs, zal leiden tot functioneel leren, tot bruikbare resultaten en tot verhoogde motivatie bij de leerlingen.
Bij lezing wordt duidelijk dat in het Belgische onderwijs nog afgerekend dient te worden met het formalistische en deductief opgebouwde 'New Math'-onderwijs, dat dankzij Freudenthal grotendeels aan ons land voorbij is gegaan. Het gaat de auteurs ook om het opbouwen van wiskunde vanuit realistische vraagstukken. Kenners van de ontwikkelingen in het Nederlandse rekenonderwijs zal duidelijk worden dat de Belgische auteurs aan de term 'realistisch' een andere, meer beperkte betekenis geven.

Voor opleiders, schoolbegeleiders en voor wiskundeleraren die regelmatig geconfronteerd worden met leerlingen met rekenproblemen bevat deze uitgave bruikbare suggesties mits deze 'vertaald' worden naar de Nederlandse onderwijscontext.

H. M. M. Jansen

▶ 'Perspectiven'

Agnes Verweij

Inleiding

Tijdens het laatste Wintersymposium van het Wiskundig Genootschap hield Jan van de Craats een mooie voordracht met als titel 'Hoe teken je een kubus?'. Hij propageerde – evenals enkele jaren geleden tijdens een studiedag van de NVvW[1] – het gebruik van de orthogonale parallelprojectie op school en behandelde verder de theoretische achtergronden van deze tekenmethode[2]. Van de Craats besteedde in zijn inleiding ook enige aandacht aan perspectieftekenen, en in dit verband liet hij een prent zien van de architect en schilder Johannes Vredeman de Vries, uit diens boek over perspectief dat in 1604/1605 verscheen. Deze inleiding kon menigeen inspireren om in de lessen over perspectief, zoals bij wiskunde B voor havo en vwo, het werk van de zeventiende-eeuwse architectuurschilders aan bod te laten komen.
De overzichtstentoonstelling 'Perspectiven', die dit najaar in Museum Boymans-van Beuningen in Rotterdam wordt gehouden, kan hiervoor nieuwe inspiratie geven. Het lijkt dan ook de moeite waard om met leerlingen een bezoek aan de tentoonstelling te brengen.
Hieronder volgt eerst een korte toelichting op het onderwerp van de tentoonstelling; daarna wordt iets meer verteld over de werkwijze van de belangrijkste vertegenwoordiger van het tentoongestelde genre: Saenredam. Tenslotte wordt enige zakelijke informatie over de tentoonstelling gegeven.

De architectuurschilders van de zeventiende eeuw

Met 'Perspectiven' wordt het werk aangeduid van de zeventiende-eeuwse kunstschilders die zich vrijwel uitsluitend bezig hielden met het afbeelden van architectuur. Dit specialisme kwam alleen in Nederland tot ontwikkeling en heeft niet langer dan zo'n honderd jaar bestaan. In totaal ging het om een twintigtal, veelal vermogende, schilders. Zij konden het zich permitteren meestal niet op bestelling te werken, maar zich geheel te wijden aan een genre waarvoor bij het grote publiek weinig belangstelling bestond: het schilderen van gebouwen en interieurs in perspectief. Door deze onderwerpkeuze kregen zij de gelegenheid kun kennis op het gebied van de perspectiefleer te demonstreren. Aldus was het schilderen van architectuur een nogal elitair gebeuren.
Johannes Vredeman de Vries (1527-ca. 1606), die de eerste architectuurschilder genoemd kan worden, begon pas op latere leeftijd met het schilderen van gebouwen. Hij publiceerde enkele geïllustreerde boeken over bouwkunst, en één van deze boeken bevatte prenten die duidelijk moesten maken hoe het perspectief geconstrueerd kon worden. Vredeman de Vries en de architectuurschilders die direct na hem kwamen, zoals Bartholomeus van Bassen (ca. 1590-1652) en Dirck van Delen (1605-1671), schilderden vooral gefantaseerde gebouwen. Daarbij konden zij zich niet baseren op de waarneming, maar hadden ze hun kennis van het perspectief nodig om de afbeeldingen echt te laten lijken.
Pieter Jansz. Saenredam (1597-1665), de meest bekende architectuurschilder, was de eerste die zich toelegde op het afbeelden van bestaande gebouwen. Hij schilderde vooral kerkinterieurs in perspectief, waarbij hij het tafereel (dat is het vlak waarop geprojecteerd wordt) verticaal en loodrecht op een hoofdrichting in de kerk koos (een hoofdrichting is de lengte-as of de richting loodrecht daarop). Saenredam was bevriend met de bouwmeester Jacob van Campen en heeft dan ook een aantal van diens bouwwerken in beeld ge-

bracht. Van Campen op zijn beurt vervaardigde het portret van Saenredam waarvan in figuur 1 een detail te zien is.



Figuur 1 Jacob van Campen, Portret van Pieter Saenredam (detail), 1628. (Londen, British Museum).

Vanaf 1650 begon men ook interieurs te schilderen met een tafereel dat anders opgesteld was. De werken van Gerard Houckgeest (ca. 1600-1661), Hendrik van Vliet (ca. 1611-1675) en Emanuel de Witte (ca. 1617-1692) bijvoorbeeld tonen de complexe zuilenconstructies die behoren bij een blikrichting *schuin* door de kerk.
De laatste architectuurschilders waren de gebroeders Job en Gerrit Berkheyde (resp. 1630-1693 en 1638-1698). Hun latere werken, stadsgezichten, behoorden in feite al niet meer tot het genre.

Hoewel er in de zeventiende eeuw al veel op doek geschilderd werd, viel de keuze voor de 'perspectiven' meestal op paneel. Dit had waarschijnlijk te maken met het feit dat de structuur van het doek altijd door de verf heen zichtbaar blijft. Door een paneel te gebruiken kon een spiegelglad oppervlak verkregen worden, waardoor de afbeeldingen van (kerk) interieurs met hun veelal strakke lijnen beter tot hun recht kwamen.
Schilderijen op paneel zijn erg gevoelig voor klimatologische invloeden, reden waarom deze werken over het algemeen niet graag uitgeleend worden. De tentoonstelling in Rotterdam, waarin werken van architectuurschilders vanuit alle delen van de wereld bij elkaar gebracht zijn, mag alleen daarom al uniek genoemd worden.

Het werk van Pieter Saenredam

Wie met zijn/haar leerlingen in het kader van lessen over perspectief de tentoonstelling in Booymans-van Beuningen gaat bezoeken doet er goed aan speciaal aandacht te besteden aan het werk van Pieter Saenredam. Niet alleen behoren zijn schilderijen van kerkinterieurs tot de beste van het genre door de mooie compositie en de heldere kleuren waarmee hij de ruimte heeft afgebeeld, de constructietechnieken die hij het meest gebruikte zijn ook goed te begrijpen. Deze technieken zijn af te lezen uit voorbereidende tekeningen die bewaard gebleven zijn en uit aantekeningen die Saenredam daarbij maakte.
Over de voorbereidingen van Saenredam zal hieronder het een en ander gezegd worden, de belangrijkste constructietechnieken worden in de volgende paragraaf besproken.

Saenredam schilderde, zoals gezegd, bestaande gebouwen en hij begon daarbij steeds met het maken van een schets 'naer 't leeven', een voorstudie die hij ter plaatse tekende. Daarbij stond de waarneming voorop en niet de perspectiefleer. Saenredam gebruikte geen hulpmiddelen zoals het tekenraam dat in de bekende houtsnede van Dürer te zien is (figuur 2).

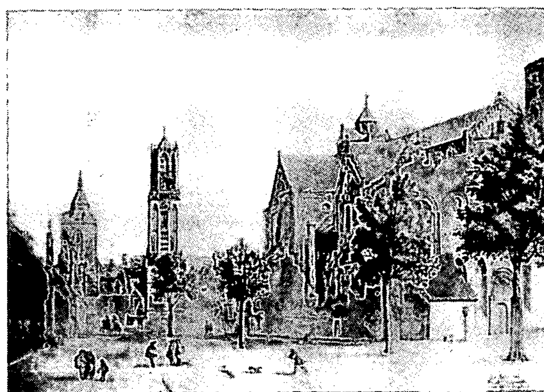


Figuur 2 Tekenraam. Uit: Albrecht Dürer, Underweysung der Messung (1525).

Als het ging om een schets van een gebouw als geheel, van buiten gezien, dan kon hij meestal voldoende afstand nemen om te voldoen aan de vuistregel dat het te tekenen object binnen een gezichtshoek van 30° moet liggen om een resultaat te krijgen dat redelijk in overeenstemming is met de regels van het perspectief. Maar bij het schetsen van kerkinterieurs was de afstand tot het object noodgedwongen relatief klein en moest Saenredam zijn blikveld verruimen om toch het gewenste deel van het interieur af te beelden. De resultaten zijn daardoor perspectivisch minder juist en qua projectiemethode soms meer te vergelijken met het Panorama Mesdag: centrale projectie op een gebogen oppervlak in plaats van op een vlak tafereel.

Saenredam gaf op zijn schetsen steeds het 'ooghpunt' aan, dat is het voetpunt van de loodlijn uit het oog op het tafereel neergelaten.
Opmerkelijk is dat Saenredam het waargenomen beeld vaak asymmetrisch afsneed zodat dit centrale verdwijn- of vluchtpunt bijna nooit centraal in de rechthoekige tekening ligt, maar meestal minder hoog en meer naar links of naar rechts, soms bijna op de rand.

Voor een schilderij van een gebouw als geheel werd met de schets als voorbereiding volstaan.



Figuur 3 Pieter Saenredam, Mariaplaats en Domtoren te Utrecht. Schets, 1636. (Haarlem, Teijlers Museum).



Figuur 4 Pieter Saenredam, Mariaplaats en Domtoren te Utrecht. Schilderij, 1663. (Rotterdam, Museum Boymans-van Beuningen).

Bij het schilderen werden dan nog wel de grootste perspectivische fouten verbeterd. Zie bijvoorbeeld het verschil tussen de richtingen van de nok van het dak van de St. Mariakerk in de schets (figuur 3) en in het schilderij (figuur 4) dat 27 jaar (!) later ontstond.

In het geval van een (kerk)interieur volgde Saenredam verder een werkwijze die hij samen met de landmeter en wiskundige Pieter Wils ontwikkeld had.
De eerste stap was dat plattegronden en doorsneden getekend werden waarin door opmetingen bekende maten werden aangegeven. Daaruit moesten in elk geval de afstanden van enkele saillante punten langs de grondlijn kunnen worden afgeleid (de grondlijn is een lijn die aan de onderkant van de schets is afgebeeld).
Ook noteerde Saenredam zijn ooghoogte en hij gaf aan wat de 'distantie' was geweest, dat is de afstand van de plaats waar hij had zitten of staan schetsen tot de grondlijn. Verder werden soms detailtekeningen gemaakt van opvallende bouwelementen en ornamenten, waarbij de belangrijkste afmetingen werden genoteerd.
De volgende stap in de voorbereidingen was dat Saenredam op grond van de schets en de opmetingen – soms pas vele jaren later – een constructietekening maakte op hetzelfde formaat als het schilde-

rij daarna zou krijgen. Dat betekende dat de constructietekening meestal veel groter werd dan de eerste schets. Deze tekening werd, in tegenstelling tot de schets, gemaakt met de bedoeling perspectivisch juist te zijn. In de gevallen waarin zowel schets als constructietekening bewaard gebleven zijn, zien we dan ook duidelijke verschillen tussen beide, met name in de verder van het oogpunt verwijderde delen.
Vervolgens werd de achterzijde van de constructietekening met houtskool, krijt of grafiet zwart gemaakt en tegen het te beschilderen paneel gelegd. De tekening werd vastgezet en nu werden de belangrijkste lijnen met een puntig voorwerp overgetrokken zodat van deze lijnen een zwarte afdruk achterbleef op het paneel. De tekening werd losgemaakt en er kon geschilderd worden.

In de figuren 5 en 6 zien we een fragment van een constructietekening en het op basis van de totale tekening gemaakte schilderij.



Figuur 5 Pieter Saenredam, De St. Bavo-kerk te Haarlem. Fragment van een constructietekening, 1635. (Leiden, Prentenkabinet van de Rijksuniversiteit).

Soms blijkt het schilderij uiteindelijk toch verschillen met de constructietekening te vertonen. Er zou in zo'n geval natuurlijk sprake kunnen zijn van bewuste afwijkingen van het perspectief om een bepaald effect te bewerkstelligen (bijvoorbeeld het hoger doen lijken van de ruimte in de kerk door bogen spitser te maken en menselijke figuren te



Figuur 6 Pieter Saenredam, De St. Bavo-kerk te Haarlem. Schilderij, 1636. (Amsterdam, Rijksmuseum).

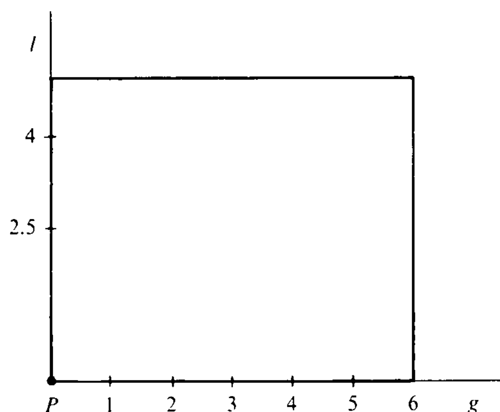
klein af te beelden)[3]. Maar gezien de moeite die eerst was gedaan om de constructietekening kloppend te maken, is dat niet erg waarschijnlijk. Wat betreft de menselijke figuren is wel duidelijk dat Saenredam deze niet altijd zelf geschilderd heeft. De fouten die hiermee gemaakt zijn, kunnen dan ook toegeschreven worden aan de beperkte perspectivische kennis van zijn helpers in het atelier.

De constructiemethode van Saenredam

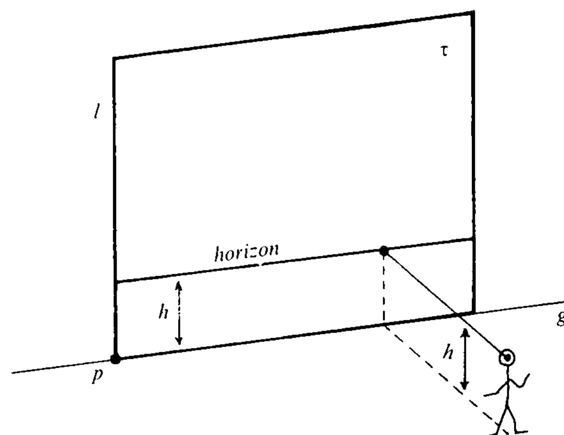
Doordat Saenredam zich bij het maken van zijn schetsen zo had opgesteld dat de belangrijkste lij-

nen en vlakken in de kerk loodrecht op of evenwijdig aan zijn tafereel waren, kon hij de bijbehorende constructietekeningen grotendeels op basis van enkele eenvoudige technieken maken. Zijn constructies vertonen dan ook niet de grove perspectivische fouten die we in het werk van zijn tijdgenoten wel eens tegenkomen. De tekenmethode die Saenredam meestal volgde wordt hieronder kort beschreven. Hierbij besteden we geen aandacht aan een wat ingewikkelder methode die Saenredam soms ook nog toepaste (Ruurs, 1987).

Nadat het formaat van de constructietekening gekozen was, werd eerst de grondlijn getekend met twee daarop gelegen bekende punten. Berekening van de verhouding van de afstand tussen deze punten in de tekening en hun werkelijke, uit de opmetingen afgeleide, afstand in de kerk leverde de schaal van de constructietekening op. Dat wil zeggen: de schaal ten opzichte van de perspectieftekening die verkregen zou zijn als in de kerk gewerkt was met een heel groot tekenraam á lá Dürer, waarvan de onderkant juist met de grondlijn samenviel.
Als het oogpunt in de schets rechts van het midden lag, werd op de grondlijn g in de constructietekening juist aan de linkerkant een bekend punt – zeg P – als oorsprong van een rechthoekig assenstelsel gekozen. Langs de horizontale as g werd nu op basis van de berekende schaalfactor een schaalverdeling aangebracht, en de echte afstanden tot de oorsprong werden bij de deelpunten aangetekend. Op de verticale as, die we l zullen noemen, werden vervolgens vanuit P – op dezelfde schaal – enkele veel in de kerk voorkomende hoogten afgepast. Ook hierbij werd aangegeven wat de overeenkomstige ware hoogten waren. (Zie figuur 7.)
In een situatie waarin het tafereel τ op de grondlijn staat, is de afstand tussen grondlijn en horizon gelijk aan de hoogte h van het oog boven het grondoppervlak (figuur 8). Met behulp van de zojuist geconstrueerde verticale as l, de daarbij aangegeven ware hoogten en de bij de voorbereidende schets vermelde ooghoogte, was het dus niet moeilijk de horizon op de juiste hoogte in de constructietekening aan te brengen.

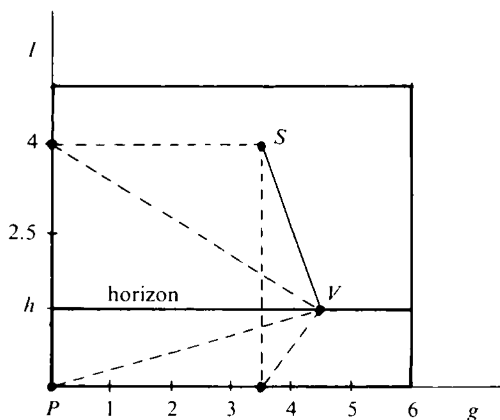


Figuur 7



Figuur 8

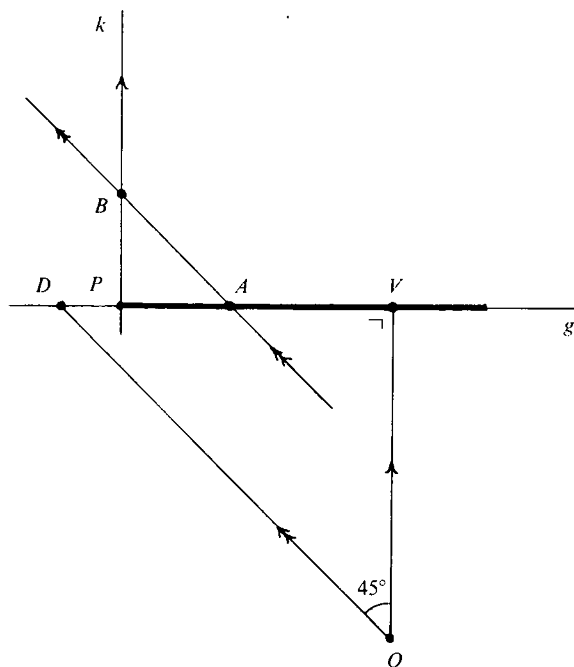
Nu werd op basis van de schets de plaats van het oogpunt V op de horizon in de constructietekening bepaald (figuur 9). Daarmee was het vluchtpunt bekend van alle lijnen die in werkelijkheid evenwijdig liepen met de centrale kijkrichting van de waarnemer in de kerk.
Met behulp van dit centrale vluchtpunt en het assenstelsel in de tekening konden bekende breedten en hoogten van objecten in de kerk gemakkelijk overgebracht worden naar de constructietekening. Zo ligt het beeld van een punt met breedte 3,5 en hoogte 4 in de constructietekening van figuur 9 ergens op lijnstuk SV.



Figuur 9

Alleen het probleem van het construeren van diepte moest nog opgelost worden.

De twee assen van het assenstelsel in de constructietekening corresponderen in feite met twee van de drie assen van een driedimensionaal rechthoekig assenstelsel dat in de ruimte van de kerk gedacht kan worden. Deze twee assen liggen in het vlak van het denkbeeldige grote tekenraam τ, de derde as staat loodrecht op τ. Dit betekent dat deze derde as, die we k noemen, evenwijdig was aan de centrale kijkrichting van de waarnemer in de kerk. In de constructietekening kon het beeld van k dus gevonden worden door de oorsprong P met het vluchtpunt V te verbinden.
Voor het uitzetten van dieptematen langs PV gebruikte Saenredam de toen al geruime tijd bekende distantiepuntmethode.
De distantiepunten zijn de twee punten van het tafereel die op de horizon ter weerszijde van het oogpunt liggen op een afstand van het oogpunt die gelijk is aan wat in de vorige paragraaf de distantie is genoemd: de afstand d van de waarnemer tot het tafereel τ. Dit betekent dat de verbindingslijn tussen het oog en een distantiepunt een horizontale lijn is die een hoek van 45° maakt met de loodlijn vanuit het oog op het tafereel neergelaten.
Als de distantiepunten, met behulp van de bekende distantie d en de schaalfactor, in een constructietekening zijn aangegeven, zijn daarmee dus de vluchtpunten bekend van alle horizontale lijnen (met name lijnen die in het grondvlak liggen) die een hoek van 45° met de centrale kijkrichting maken. Saenredam had maar één distantiepunt nodig en koos dat punt dat binnen de constructietekening viel of het minst ver erbuiten.
Zie nu figuur 10, waarin een bovenaanzicht is gegeven van de situatie in de kerk, met een distantiepunt D. Duidelijk is dat elke lijn in het grondvlak die evenwijdig is met OD de grondlijn en as k snijdt in punten die dezelfde afstand tot de oorsprong P hebben; zo geldt in figuur 10: $PA = PB$.



Figuur 10

We hebben hierboven al opgemerkt dat een lijn in het grondvlak die evenwijdig is met OD, in de perspectieftekening D als vluchtpunt heeft. Dit betekent dat de afstanden die langs de grondlijn g waren uitgezet in de perspectieftekening via lijnen door D overgebracht konden worden naar het perspectiefbeeld van as k: k'.
In figuur 11 is de situatie waarvan figuur 10 een bovenaanzicht liet zien, nog eens op een andere manier in beeld gebracht. Het perspectiefbeeld B' van B is gevonden door A te verbinden met D en vervolgens het snijpunt van AD met k' (dat is PV) te bepalen.

Figuur 11

Met behulp van het geschaalde assenstelsel in perspectief kon tenslotte ieder punt waarvan de coördinaten in de kerk bekend waren, in de tekening geconstrueerd worden.
In figuur 12 is als voorbeeld het beeld X' van punt X in de kerkruimte getekend, uitgaande van: breedte 3.5, hoogte 4 en diepte 3.

Figuur 12

Saenredam heeft op deze manier steeds een correcte constructie gemaakt van de vloer van de kerk en alles wat daarop te zien was, en van de verticale elementen voorzover deze door rechte lijnen beschreven werden. Gek genoeg lijkt hij niet begrepen te hebben dat deze methode ook uitkomst kan bieden bij het tekenen van de hoog gelegen bogen. Deze tekende hij naar het voorbeeld van de schets, zag dan kennelijk dat het perspectief niet klopte en verbeterde keer op keer, meestal zonder een correct resultaat te bereiken.

De tentoonstelling

De tentoonstelling wordt gehouden van 15 september t/m 24 november 1991 en bestaat uit ongeveer 65 schilderijen. Deze tentoonstelling gaat niet op reis en zal dus alleen in Rotterdam te zien zijn.
In verband met de speciale inrichting worden geen rondleidingen door medewerkers van het museum gegeven en is dit ook niet aan derden toegestaan! Wel is er, tegen extra betaling, een toelichting in het Nederlands en het Engels voor volwassenen en kinderen op draagbare cassetterecorder. Speciaal voor groepen kunnen er, eveneens tegen betaling, inleidingen met dia's van ca. 30 minuten gegeven worden. Inlichtingen en reserveringen: afdeling Communicatie, telefoon 010-441 94 71.
Bij de tentoonstelling verschijnt een catalogus in het Nederlands en Engels met 80 kleurenreprodukties en ca. 20 zwart/wit-afbeeldingen. De catalogus bevat ook achtergrondartikelen over het onderwerp 'Perspectiven'. De prijs is ƒ65,– voor de softcover en ƒ85,– voor de hardcover uitgave. Voor toezending in Nederland wordt ƒ7,– aan portokosten in rekening gebracht. Voor bestellingen: tel. 010-441 95 24. Op dit nummer kan ook informatie verkregen worden over de mogelijke aanschaf van een videofilm over het werk van Pieter Saenredam.

Noten

1. Dit pleidooi hield Van de Craats tijdens zijn lezing op de studiedag/jaarvergadering van de NVvW in 1985, zie Euclides jaargang 61 nummer 7, blz. 231-240.
2. De tekst van de hier bedoelde voordracht zal binnenkort verschijnen in de Nieuwe Wiskrant.
3. Dit idee wordt geopperd in de bijdrage van de kunsthistoricus Bert Jansen aan het Kunstschrift Openbaar Kunstbezit 1988 nr. 1, blz. 4-9.

Literatuur

- P. T. A. Swillens, Pieter Janszoon Saenredam. Schilder van Haarlem 1597-1665. Amsterdam, 1935.
- Rob Ruurs, Saenredam, The Art of Perspective. Amsterdam, 1987.
- Pieter Saenredam. Kunstschrift, Openbaar Kunstbezit 1988 nr. 1.

▶ Het examen lbo/mavo C/D 1991, experimenteel (10)

Truus Dekker

Het eerste experimenteel examen lbo/mavo C/D, van 1990, werd nog helemaal volgens het 'gewone' examenprogramma afgenomen. Het programma van 1991 was enigszins gewijzigd. Zo werd het onderdeel 'informatieverwerking en statistiek' uitgebreid met o.a. stam-blad-diagram en boxplot en werd het onderdeel 'voortgezet rekenen' toegevoegd. De tweedegraads functies (parabolen!) kregen minder nadruk hoewel in het D-examen wel vragen over een serie parabolen van de vorm $y = x^2 - 2x + p$ voorkwamen. Snijden alle parabolen die je krijgt door voor p een getal in te vullen de y-as? En als je alle parabolen uit die serie zou kunnen tekenen, wordt dan je hele papier zwart? Vectoren verdwenen uit het D-programma.

In 1992 en 1993 wordt de wijziging nog iets groter en verwacht mag worden dat het examen van 1994 wordt afgenomen volgens het programmavoorstel dat de COW[1] in de loop van volgend jaar bij de minister van onderwijs zal indienen.
Tegelijk met de invoering van de basisvorming zouden dan alle scholen vanaf schooljaar 1993/94 in de brugklas met het nieuwe programma kunnen beginnen zodat in 1997 de eerste landelijke examens volgens het vernieuwde examenprogramma kunnen plaatsvinden. Overigens passen de kerndoelen van de basisvorming binnen dit programma.

De reacties, zowel van leerlingen als van docenten, op het tweede experimentele examen wiskunde lbo/mavo C/D, van 1991, waren heel positief. Wat uiteraard niet betekent dat nu ook alle leerlingen een voldoende haalden! Volgens de docenten bleek het vernieuwende karakter vooral uit het C-examen. Daaruit is dan ook een voorbeeld op de volgende pagina's opgenomen.
Hoewel de vragen 8 t/m 10 niet gemakkelijk zijn werden ze redelijk goed gemaakt. De meeste leerlingen vonden bij vraag 8 – overigens op verschillende manieren – een totaal verbruik tussen 80 000 en 100 000 m³.
In de grafiek van vraag 9 werd echter soms een totaalverbruik van 40 000 m³ aangegeven, misschien omdat de tijd in stappen van twee uren is verdeeld?
De grafieken bij vraag 10 waren bewust op hetzelfde formaat en met dezelfde indeling van de assen afgedrukt als de grafiek bij vraag 8. Toch kwam geen enkele leerling op het idee om de grafieken over elkaar te leggen om bij 10 de vraag te kunnen beantwoorden of het totale verbruik eventueel veranderd was.
Over het algemeen werden 'vernieuwende' opgaven beter gemaakt dan traditionele. Dat mag je natuurlijk ook verwachten van leerlingen die op een andere manier zijn opgeleid. Verder was de kwaliteit van de redeneringen bij het beantwoorden van de vragen vaak beter dan we bij het eerste experimentele examen zagen.
Alles bij elkaar een mooi examen waar degenen die de opgaven maakten trots op mogen zijn.

Wilt u meer weten over de experimentele examens? Er is, net als vorig jaar, een examenbundel verschenen. Daarin is, behalve de experimentele examens lbo/mavo C/D 1e en 2e tijdvak, ook een oefenexamen opgenomen dat door de leerlingen ter voorbereiding op het examen is gemaakt. De examenbundel is verkrijgbaar via de SLO[2].

Noten

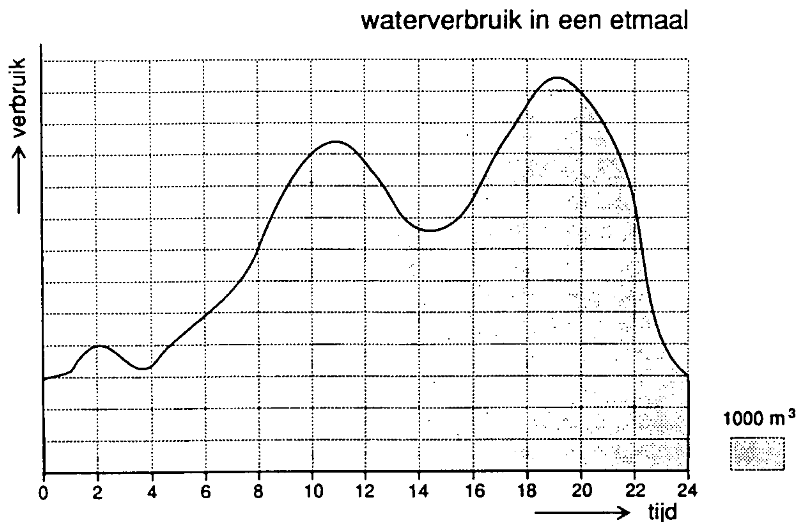
1. COW: Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs.
2. Inlichtingen: SLO, Evelien Veltman, tel. 053-84 03 39, Enschede.

• Werkblad •

▶ Waterverbruik (1)

De opgaven 8, 9 en 10 horen bij elkaar.

De volgende grafiek geeft aan hoeveel water er in de loop van een etmaal bij een waterleidingbedrijf wordt afgenomen. Zoals je ziet varieert die hoeveelheid water sterk.



8 Maak met behulp van de grafiek een schatting van het totale verbruik in dat etmaal.

Het waterleidingbedrijf heeft veel liever dat het waterverbruik het hele etmaal door ongeveer gelijk is.

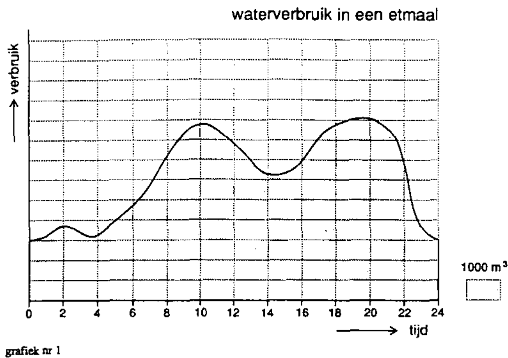
(9) Hoe zou in dat geval de grafiek eruitzien? Ga er vanuit dat het totale verbruik niet verandert. Teken in de bovenstaande figuur die grafiek erbij.

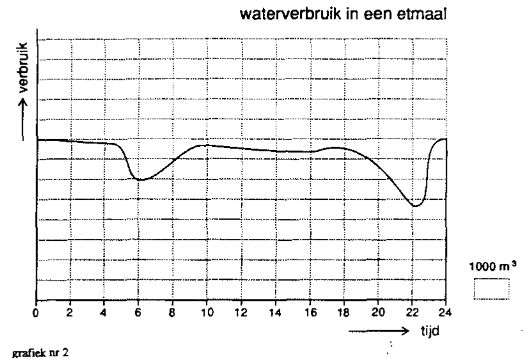
Uit: experimenteel C-examen lbo/mavo 1991.

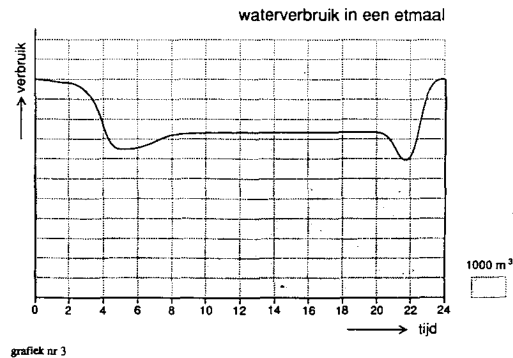
● Werkblad ●

▶ Waterverbruik (2)

Om een gelijkmatiger verbruik te bevorderen voert het waterleidingbedrijf een nachttarief in. Van 's avonds 11.00 tot 's morgens 7.00 uur wordt het water per m³ goedkoper. Nadat het nachttarief een tijdlang is uitgeprobeerd, maakt het bedrijf dagelijks een nieuwe grafiek. Hieronder zie je drie van deze grafieken.







10 Heeft de maatregel het bedoelde resultaat gehad? Schrijf voor elke grafiek op:
- of het verbruik regelmatiger is geworden
- of het totale verbruik veranderd is.

Uit: experimenteel C-examen lbo/mavo 1991.

▶ Gaat vermenigvuldigen nog wel voor delen?

R. Leentfaar

In Euclides 66 nummer 3 van november 1990 schrijft collega F. Smid onder de rubriek 'Brieven' over 'Interpretatie van notaties'. De essentie van zijn verhaal is, dat de schuine breukstreep (verkeerd) gebruikt wordt. Ook vermeldt hij dat alles wat er na een schuine breukstreep komt, in de noemer staat.
Er zijn twee redenen waarom ik het niet met het gestelde eens kan zijn:
1. Sinds het gebruik van computers en programmeertalen daarvoor ontstond de behoefte om wiskundige uitdrukkingen op één regel te schrijven. Dus niet x^2 maar x^2 en niet $\frac{5}{6}$ maar 5/6.
Daarom is het gebruik van de schuine breukstreep naar mijn mening (weer) volslagen legitiem.
2. In elke zichzelf respecterende programmeertaal gaat 'Mijnheer Van Dalen Wacht Op Antwoord' niet meer op. Overigens gaat Optellen al lang niet meer voor Aftrekken want $6 - 2 + 3 = 6 - 5 = 1$ wordt door weinigen meer als juist ervaren. Maar sinds de invoering van de zakrekenmachine gaat Vermenigvuldigen ook niet meer voor Delen. Immers 16 / 4 * 4 is niet meer zoals vroeger op de lagere school 16 / 16 = 1 maar 4 * 4 = 16. Reeds tien jaar geleden belde een lagere school mij in paniek op, dat er in het nieuwe rekenboekje uit 16 / 4 * 4 ineens 16 kwam en niet meer 1, zoals voorheen. Zoals u ziet gebruik ik in navolging van de computer (al jaren) de * en niet de ×. Dat voorkomt verwarring met de variabele x. Voor machtsverheffen kan het teken ^ of ↑ gebruikt worden.
Het lijkt me onontkoombaar dat te beginnen bij de basisschool (en kennelijk gebeurt dat al!) maar ook in alle vormen van voortgezet onderwijs op alle niveaus de 'nieuwe' prioriteitenregels (van de zakcomputer) worden gevolgd:
– Optellen en Aftrekken hebben gelijke prioriteit (dus uitvoeren van LINKS naar RECHTS).
– Vermenigvuldigen en Delen idem.

Bij een programma (bv. in GW-BASIC) voor de a,b,c-formule ontstaat altijd een aardig probleem:
LET X 1 = ($-B$ + SQR(D)) / (2 * A) en
LET X 1 = ($-B$ + SQR(D)) / 2 / A zijn beide goed, maar
LET X 1 = ($-B$ + SQR(D)) / 2 * A is beslist fout.
Een uitdrukking als SIN (2 * 5 / 6 * PI) is dus (met haakjes en als PI de juiste waarde heeft) een prima uitdrukking. Didactisch lijkt het me ook beter als er altijd een bewerkingsteken (een operator) aanwezig is: 2 ↑ 3 en niet 2^3; 6 * PI en niet 6 PI.
Vervolgens een didactische tip: als er verwarring dreigt, gebruik dan haakjes, zelfs al zijn ze volgens de overeengekomen regels niet strikt nodig. Een vol-'automatische' berekening heeft daar geen last van, want ((2 * 3)) = ((6)) = (6) = 6.
Op grond van bovenstaande overwegingen moet ook het gebruik van vierkante haken [ ] en accolades { } in rekenkundige uitdrukkingen worden afgeraden. Men kan immers volstaan met (geneste) ronde haken ( ) waarbij strikt eenduidig bepaald is welke openingshaak bij welke sluithaak hoort en in de uitwerking worden de 'binnenste' haken het eerst verwerkt. Verder zijn ronde haken het middel om een afgesproken volgorde van prioriteiten van de rekenkundige bewerkingen te doorbreken.

Het zou een goede zaak zijn als dit al generaties bestaande conflict eens en (zolang als het duurt ...) voor al zou worden opgelost. Misschien mogen we een gezamenlijke actie verwachten van de nomenclatuurcommissies voor de verschillende vakken, het ministerie van O & W en de inspecties voor basisonderwijs en alle soorten van voortgezet onderwijs?

● **Bijdrage** ● ● ● ●

▶ Galperin in de praktijk

Arend Pilon

Veel onderwijsgevenden kennen de naam Galperin. Hij is een Russisch onderwijskundige, die een procedure ontwikkelde voor het aanleren van begrippen en vaardigheden. In het wiskundeonderwijs wordt zijn naam veelal in verband gebracht met het aanleren van algoritmen.
In dit artikel wordt niet de theorie uiteengezet. Er worden enkele praktijksituaties bekeken, waarin iets van zijn theorie kan worden verduidelijkt. Toen ik stages moest begeleiden, heb ik me het belang van de theorie van Galperin moeten realiseren. Ik was vooral geïnteresseerd in de hulp en de inspiratie die deze theorie zou kunnen bieden wanneer zich leermoeilijkheden bleken voor te doen.
Daarbij ontkom je niet aan het gevaar, dat je vooringenomen bent. Je observeert als stagebegeleider steeds met een bepaalde bril op, je wilt leersituaties ontdekken die Galperins theorie illustreren. Wil je niet alleen theoreticus blijven, dan moet je toch speciaal op zulke leersituaties letten.

Materialiseren

Een aantal leerlingen van een lts heeft er absoluut geen idee van wat $x + 5 = 8$ nu eigenlijk betekent of zou kunnen voorstellen. Zo'n vergelijking oplossen is er dan helemaal niet bij.
De leraar doet nu het volgende. Uit een kast haalt hij een stel gelijke boeken. Deze stopt hij in een doos. Het aantal ervan is onbekend; de leerlingen krijgen ze niet te zien.
Dan doet hij er, zichtbaar voor de leerlingen, vijf boeken bij. Als hij vervolgens de doos open snijdt, blijken er in totaal acht boeken te zijn. De vraag is, hoeveel boeken er oorspronkelijk in de doos zaten.

Hier is de vergelijking $x + 5 = 8$ gematerialiseerd, dat wil zeggen: de vergelijking is eigenlijk *tastbaar* aanwezig. Voor de leerlingen is hiermee de kous vast en zeker niet af. Van materieel handelen naar alleen nog mentaal handelen vergt volgens Galperin het doorlopen van een aantal fasen; als je die wilt overslaan, krijg je dat leerlingen niet beseffen dat de x kan staan voor een onbekend aantal voorwerpen.
Een extra moeilijkheid zit hier in het gebruiken van het =-teken. Dat het ook een gelijkheid kan uitdrukken moet weer zorgvuldig geleerd worden. Onder andere het splitsen van getallen ($8 = 1 + 7$, $8 = 2 + 6, \ldots$) zal daar bij horen, uiteraard ingeleid met tastbare voorbeelden.

Uitvoerigheid

We zitten in een derde klas lts, C-niveau. De klas is met substitutie bezig. De leraar verwacht moeilijkheden bij het invullen van negatieve getallen. 'Iedere keer maken ze dezelfde fouten', zegt hij tegen me. Er staat een opgave op het bord: $-x^2 - x - 3$ en $x = -2$.
Eén van de jongens moet voor het bord komen. Hij laat zijn oplossing zien; op het bord komt:
$-4 - 2 - 3 = -9$.
De leraar grijpt direct in. 'Dit is fout!' Hij verbetert:
$-(-2)^2 - (-2) - 3 = -4 + 2 - 3 = -5$.
De leraar zegt dan tegen de klas: 'Je moet het altijd zo doen, anders ga je pertinent de mist in. Er zijn hier mensen, die altijd te snel willen werken.'

We zitten hier in één bepaalde fase van een leerproces. Gehoopt moet worden, dat de leerlingen uiteindelijk kunnen volstaan met de kortere schrijfwijze. In deze les eist de leraar, dat ze alles uitvoerig opschrijven. Dit lijkt aardig volgens het boekje. Galperin wil óók niet te gauw verkortingen. Als een

leerling een handeling uitvoerig heeft gedaan, kan hij/zij altijd terugvallen op die uitvoerige handeling.
Ik vraag de leraar eens naar zijn beweegredenen. Hij blijkt de begrippen 'uitvoerig' en 'verkort' niet te kennen, maar baseert zijn werkwijze op jarenlange ervaring.

Te mechanisch rekenen

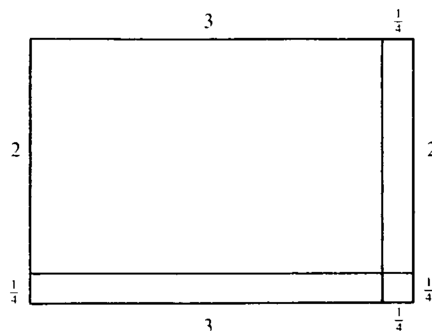
We komen op zekere dag terecht bij Bart, die op een mavo-school zit. Hij heeft moeite met breuken. Eén van de studenten zal hem helpen.
De opgave luidt: $6(\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}) = 3$; bereken x.
Bart pakt dit als volgt aan:

$3x + \frac{6}{8} = 3$
$3x = 3 - \frac{3}{4}$
$3x = 2\frac{1}{4}$
$x = 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = 2\frac{1}{12}$

Er wordt een foutenanalyse overwogen en op verzoek gaat Bart enige opgaven maken. Hij doet dat op de volgende wijze:

$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$
$\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{7} = 3\frac{3}{28}$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$
$2\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = 2\frac{4}{15}$
$2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{4} = 6\frac{1}{16}$

Dit overziende, lijkt het erop, dat Bart nog heel wat dingen goed doet. En wàt hij fout doet, doet hij consequent fout. 't Kon erger.
In het leerproces is iets verkeerd gegaan. Hij kan perfect 'gewone' breuken met elkaar vermenigvuldigen, hij kan breuken vereenvoudigen, maar hij ziet niet, dat hij nu in de fout gaat. Toen er gebroken getallen groter dan 1 aan bod kwamen, is het leerproces voor Bart te snel gegaan. Hij ziet niet, dat de uitkomst van $\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{7}$ ergens tussen de uitkomsten van $\frac{1}{4} \cdot 3$ en $\frac{1}{4} \cdot 4$ moet liggen. Hij zou zelfs met zijn manier van rekenen, voor $1\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{7}$ dezelfde uitkomst krijgen als voor $\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{7}$!
Het is de vraag, of zulke dingen wel voldoende sterk in Barts leerproces zaten. Hij is ook onzeker, want hij heeft geen basis om op terug te vallen. De hulp die hij vraagt, kun je als volgt formuleren: 'Zeg mij hoe je die som doet, dan kan ik weer verder'. Als we precies op deze vraag inspelen, dan hoeven we hem 'alleen maar' te vertellen, dat $3\frac{3}{7} = \frac{24}{7}$, dan redt hij zich er wel mee. Hij blijft dan echter enorm mechanisch rekenen, hij past alleen maar formules (truukjes?) toe.
We hebben deze leerling houvast kunnen geven door een plaatje te tekenen. In termen van de theorie van Galperin: we hebben een *gematerialiseerde handeling* ingevoerd. Niet een materiële handeling, want het is maar een plaatje, maar wel iets wat hij volkomen begrijpt en kan overzien. Hij weet, dat de oppervlakte van een rechthoek lengte maal breedte is, en begrijpt, dat er vier velden zijn, waarvan de oppervlaktes opgeteld moeten worden:

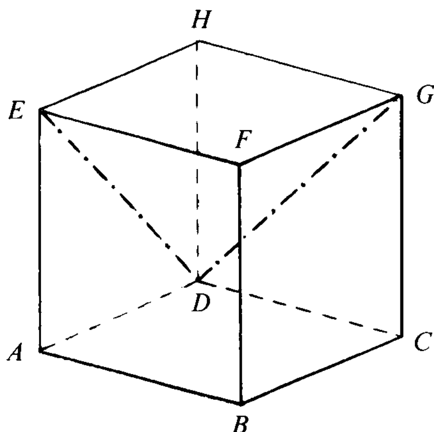


$2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{4} = 2 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} =$
$= 6 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{16} = 7\frac{5}{16}.$

Van belang is niet alleen, dat de leerling dit begrijpt, maar ook dat hij bij het probleem betrokken raakt, dat zijn – mogelijk aanwezige – weerstand afneemt. Hij heeft een zinvolle ervaring opgedaan en meer zekerheid gekregen.
Het werken met zulke plaatjes is na verloop van zekere tijd niet meer nodig; de procedure is dan voldoende *verinnerlijkt* (geïnterioriseerd). Dit was één invalshoek, omdat het hier remediële hulp betrof. Galperin pleit voor meerdere ingangen, opdat er een brede basis ontstaat, van waaruit de leerlingen kunnen handelen. Een niet onaardig voordeel van het werken met het rechthoek-model is, dat dit model ook kan worden gebruikt bij het vermenigvuldigen van tweetermen:
$(x + 5) \cdot (x + 2) = \ldots\ldots$

Een zo volledig mogelijke oriënteringsbasis

Een tweede klas mavo. Ik zit weer achter in de klas. Op het bord wordt een kubus *ABCD · EFGH* getekend.



Nadat in de kubus de lijnen *ED* en *DG* zijn getrokken, komt de vraag: is hoek *EDG* recht?
Er ontstaat verwarring in de klas. De student, die deze huiswerkopgave mag behandelen, laat de leerlingen voorlopig in het onzekere. Een leerling reageert: 'Ik snap niet hoe je dat moet zien'. Een ander zegt: 'Zoiets kun je niet zien, dat moet je berekenen'.

De verwarring stoelt dus op onzekerheid. De vraag die werd gesteld ('Is hoek *EDG* recht?') is voor veel leerlingen zonder meer te moeilijk; zij zien geen kans terug te vallen op een lager niveau. Galperin zou juist wensen, dat de leerlingen zelf begrijpen, dat ze in zo'n geval terug moeten gaan naar het materiële niveau, waarbij ze bovendien niet onmiddellijk resultaat-gericht zouden moeten opereren. Ze moeten zich eigener beweging eerst op de situatie *oriënteren.* In een echte, tastbare kubus van ijzerdraad kunnen ze vinden, dat hoeken gemeten worden in een vlak, dat je rechte hoeken kunt vinden met je geodriehoek.
De volgende keer heeft één van de studenten een kubus van stevig ijzerdraad meegenomen. Deze kubus wordt van alle kanten onder de loep genomen, men spant er touwtjes in, men draait de kubus. Op deze manier kan een volledige *oriënteringsbasis* worden verkregen. Als het, later, nog niet loopt, kan de echte kubus weer tevoorschijn worden gehaald. Die overtuigt.
Van de echte kubus naar het plaatje is een hele stap. In het plaatje lijkt hoek *EDG* misschien recht. Een leerling die nu vermoedt, dat hoek *EDG* inderdaad recht is, mag eigenlijk nog niet met alleen plaatjes werken. Bij het werken met de echte kubus gaan oog en hand eerst samen. Daarna, nog steeds bij de echte kubus, kan het zonder de hand. De handeling aan de kubus is dan een *perceptieve handeling* geworden, een handeling die de leerling heel bewust uitvoert. Pas daarna komt de overgang naar plaatjes.
De ene leerling heeft meer gekoppelde ervaringen nodig dan de andere. Of, anders gezegd: de ene mens bereikt het *mentale niveau* eerder dan de andere.
Het meten van hoeken met een geodriehoek kan – en moet – in de echte kubus gebeuren, het alleen maar berekenen van hoeken is pas verantwoord als de leerling het mentale niveau bereikt heeft. In de klasse-situatie is het wel eens heel lastig daarmee rekening te houden!

Slot

In dit artikel is met een zekere vrijheid omgesprongen met begrippen uit de theorie van Galperin; bovendien is deze theorie lang niet in zijn geheel gedemonstreerd. Dat was ook niet de bedoeling.
De bedoeling was te laten zien, welke waarde zo'n theorie kan hebben in praktijksituaties. Tegelijk mag dan gebleken zijn, dat het leren van wiskunde begint ruimschoots voordat men het voortgezet onderwijs binnenkomt. Vanuit de basisschoolperiode zouden er heel wat ontwikkelingslijnen naar het voortgezet onderwijs kunnen lopen.

Literatuur

Van Parreren en Carpay, *Sovjetpsychologen aan het woord.* Wolters-Noordhoff, Groningen.
Van Parreren, *Leren door handelen.* Walraven, Apeldoorn.
Van Dormolen en Zwaneveld, *Handelen om te begrijpen.* IOWO/NVvW.

Boekbesprekingen

Jan van de Craats *De Fis van Euler*, Aramith Uitgevers, 1989, 144 blz, prijs ƒ34,90.

Het boek heeft een verrassende ondertitel: 'Een nieuwe visie op de muziek van Schubert, Beethoven, Mozart en Bach'. Nieuw kan je de Fis van Euler (1707-1783) toch niet noemen. Het boek eindigt ook nogal pretentieus: 'Alles krijgt muzikale betekenis en je begrijpt waarom een meesterwerk inderdaad een meesterwerk is', een zin die nog eens op de achterzijde herhaald wordt. De lezer die een nieuwe harmonieleer verwacht zal teleurgesteld worden. Ik geloof ook niet dat door middel van harmonieën en modulaties te verklaren is waarom een meesterwerk die naam verdient. Ik wil hier direct aan toevoegen dat ik het boek met veel plezier en interesse gelezen heb.
Het ligt wel voor de hand waarom de redacteur van een tijdschrift voor wiskundeleraren om een boekbespreking van dit boek gevraagd heeft. Euler is een van de grote wiskundigen aller tijden, Van de Craats is hoogleraar in de wiskunde aan de KMA. Men zou ten onrechte een wiskundige visie op de muziekleer kunnen verwachten. Het boek is bestemd voor liefhebbers van klassieke muziek met interesse voor harmonieleer. Kennis van wiskunde zal het begrijpen van die leer zeker vergemakkelijken. Maar waarom juist 12, 19, 31 en 53 toetsen per octaaf serieus in aanmerking komen (blz. 130) wordt niet verklaard, terwijl de opmerking dat gehele getallen n gezocht worden waarvoor $(\frac{3}{2})^n$ en $(\frac{5}{4})^n$ beide dicht bij een gehele macht van 2 liggen dit opheldert. (Zie [1] voor methoden om zulke n te vinden.) De opmerking op blz. 23 dat in het algemeen zal blijken dat de boventonen die een naam hebben, precies corresponderen met nummers die slechts priemfactoren 2, 3 en 5 bezitten, is wellicht voor de meeste lezers verhelderend. De wiskundige zal echter namen te kort komen om deze oneindige verzameling boventonen te benoemen.
De grote verdienste van dit boek is dat het voor de leek een prettig leesbare inleiding in de harmonieleer verschaft. Het eerste hoofdstuk schenkt aandacht aan de muziekleer van een andere beroemde wiskundige, Pythagoras. Dit hoofdstuk verschaft de nodige basiskennis over trillingen, intervallen, drieklanken, kruisen en mollen en enharmonisch gelijke tonen. In het tweede hoofdstuk wordt het toonsysteem van Euler behandeld. Dit is gebaseerd op een kwinten-tertsen rooster. De behandeling is, in ieder geval voor een wiskundige, eenvoudig en helder. De auteur legt naar mijn mening wat te veel nadruk op de nieuwe varianten die hij introduceert; het is bij de Fis van Euler maar de vraag waar je de grens trekt tussen basis en toegevoegd. Toch is het ook interessant te lezen waar allen het over eens zijn en waar de meningen verschillen. Er zijn verschillende illustraties aan muziekfragmenten. In het derde en laatste hoofdstuk worden verschillende vier- en vijfklanken behandeld en uitvoerig aan de hand van muziekfragmenten verduidelijkt. Het boek bevat verder nuttige aanhangsels over verschillende manieren om toetsinstrumenten te stemmen, octaafverdelingen met meer dan 12 toetsen en een korte verklarende woordenlijst. Een literatuurlijst en een register completeren het boek.
Mijn conclusie is dat men aan dit boekje veel genoegen kan beleven, als men maar niet zijn verwachtingen laat bepalen door wat op de kaft wordt voorgespiegeld.

R. Tijdeman

[1] R. Tijdeman, Benaderingsbreuken. In: Vacantiecursus 1990, Getallentheorie en haar toepassingen, CWI Syllabus 27, Amsterdam, blz. 71-87.

N. M. Temme: *Speciale Functies in de Mathematische Fysica*, Epsilon Uitgaven, Utrecht 1990, 215 blz., prijs ƒ32.50.

'Speciale functies in de mathematische fysica' is een onderwerp dat nog niet zolang geleden verplicht onderdeel was van vrijwel ieder universitair wiskundeprogramma. Niet alleen worden 'speciale functies' succesvol toegepast in de natuurkunde, scheikunde en geofysica, ook wiskundig zijn ze nuttig in asymptotische benaderingen van oplossingen van gewone en partiële differentiaalvergelijkingen. Daarnaast kunnen 'speciale functies' direct tot een oplossing leiden, of een bijdrage leveren aan een numerieke methode. Kortom, dit klassieke onderwerp is nog steeds van groot belang.
Het aardige van dit werkje is dat het op een rustige en vrij elementaire wijze de belangrijkste 'speciale functies' introduceert en enkele van hun eigenschappen behandelt. De behandeling is strikt wiskundig, met vrij weinig concrete toepassingen. Weliswaar bevat het laatste hoofdstuk enkele oplossingen van de golfvergelijking, maar ook hier wordt niet duidelijk waarom het oplossen van deze problemen belangrijk is. Dit is een leerboek 'speciale functies', geen leerboek 'mathematische fysica'. Het is zinvol dit werkje te leggen naast het bekende standaardwerk van M. Abramowitz en I. A. Stegun: Handbook of Mathematical Functions. In dit standaardwerk ontbreken de wiskundige afleidingen voor de zeer vele formules. In vergelijking daarmee is het boek van dr. Temme een verademing. Het bevat iets minder aan formules, maar de rustige bewijzen compenseren dit voor een groot deel.
Het ingangsniveau ligt vrij hoog: een goede vaardigheid op het gebied van complexe functies is een vereiste. Dit boek is zeker nuttig voor ieder die wiskunde of theoretische natuurkunde studeert. Voor het vwo grijpt het te hoog, maar een docent aan een hts kan wel iets van zijn gading vinden. Dat is des te meer het geval, omdat ook numerieke aspecten niet verwaarloosd worden.

Dit boek straalt zorgvuldigheid uit. Bij enkele steekproeven heb ik geen drukfouten in de formules kunnen ontdekken. De index is vrij compleet.
Dit boek weerspiegelt ongetwijfeld de interesse van de auteur. Opvallend is dat aan Besselfuncties relatief weinig ruimte is toegedeeld. Een andere indeling is denkbaar. Hoe dit ook zij, het is een prestatie in zo kort bestek op een zo rustige wijze zoveel te presenteren.

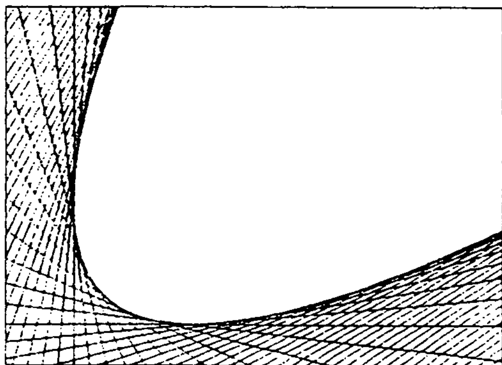
M. van Veldhuizen

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 629

Een welkom aan de nieuwe lezers bij het begin van jaargang 67. Deze puzzelrubriek is een ladderwedstrijd, waar u op elk moment mee kunt beginnen. Voor elke goede oplossing ontvangt u 5 punten. De inzendtermijn loopt tot het verschijnen van het volgende nummer, dus ongeveer een maand.
Nieuws op puzzelgebied zal ik zo mogelijk in deze kolommen behandelen. Graag van uw kant informatie over nieuw verschenen puzzels of puzzelboeken. Ook nieuwe opgaven voor deze rubriek zijn welkom!

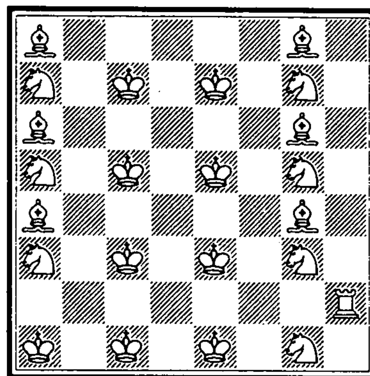
Ditmaal wil ik uw aandacht vragen voor het tijdschrift 'Onderzoek en Thuiscomputer'. Het is een privé-uitgave van Ir. H. C. Bleijerveld, Postbus 8098, 7550 KB Hengelo. Dit blad verschijnt vijf keer per jaar en kost f 15,–. Het is bestemd (zoals de ondertitel aangeeft) 'voor de vrije-tijds beoefenaar van de natuurwetenschappen'. Sinds het eerste nummer in september 1989 zijn er 11 nummers verschenen. Kenmerken: leuke artikelen, veel lezersbrieven en... een puzzelladderwedstrijd! Als voorbeeld een van de eerste puzzels:
Als we in een rechthoekig assenstelsel Oxy lijnen trekken door de punten $(a, 0)$ en $(0, 1 - a)$ met $a \in \mathbb{R}$, dan ontstaat er in het eerste kwadrant een figuur. Wat is de vergelijking van deze kromme?



▶ Oplossing 626

Het 8-koninginnenprobleem zegt ons dat er maximaal 8 koninginnen (Dames) op een schaakbord gezet kunnen worden, zonder dat ze elkaar aanvallen. De 'bezettingswaarde' van een Dame kunnen we daarom definiëren als $1/8 = 28/224$.
In het vervolg laat ik steeds de noemer 224 weg. Zo zijn de waarden van Dame, Toren, Loper, Koning en Paard resp. 28, 28, 16, 14 en 7.
Het aardige is nu dat we een aantal stukken op het schaakbord kunnen zetten, zodanig dat de gezamenlijke bezettingswaarde groter is dan 224 (zonder dat de stukken elkaar aanvallen!).

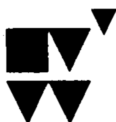
Al snel vonden de lezers de waarden 234, 263, 270, 275, 282 en 287. Uiteindelijk vonden *Lourens van den Brom* (14), *Jan Essers* (19), *Hessel Pot* (4), *Jack Schilder* (4) en *Tahl Tekofsky* (4) de waarde 294. Met een zeer krachtig computerprogramma vond *Willem van der Vegt* (19) de maximale waarde 299 met de volgende stelling:



Historie:
De bedenker van dit probleem is A. K. Austin uit Engeland (Problem 64 in 'Journal of Recreational Mathematics' vol. 2(2), april 1969). In vol. 7(1), winter 1974, wordt pas de waarde 299 gevonden! Deze bleek al gepubliceerd te zijn in 'British Chess Magazine' van okt. 1971.
Als Denkwaar 14 publiceerde Jaap Klouwen (10) deze opgave in 'Folia' van 17 maart 1984. Ook zijn lezers vonden 299.
Ter gelegenheid van het tienjarig jubileum gaf het populair wetenschappelijke maandblad 'Kijk' dit probleem op in maart 1985. Ook hier vonden de lezers exact dezelfde stelling met waarde 299.
Wie twijfelt er nu nog aan deze maximale waarde?

In overeenstemming met wat bij de opgave werd aangekondigd, krijgt *Willem van der Vegt* de 5 ladderpunten.
De inzenders met 294 krijgen 4 punten en de anderen 3, 2 of 1 punt.
Met 20 punten wint *Ton van den Akker*, Beemdstraat 3, 5384 LB Heesch de boekenbon van f 25,–. Proficiat!

● Verenigingsnieuws ●



▶ Jaarvergadering/ Studiedag 1991

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1991 op zaterdag 26 oktober 1991 in het gebouw van: Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, 030-28 30 60. Aanvang 10.00 h.

Agenda

9.30 h – 10.00 h Aankomst, koffie
10.00 h – 10.30 h **Huishoudelijk gedeelte**

a. Opening door de voorzitter, dr. J. van Lint.
b. Notulen van de jaarvergadering 1990 (zie Euclides nr. 5).
c. Jaarverslagen (zie Euclides).
d. Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.
   Het bestuur stelt kandidaat*):
   mw. drs. Th. J. de Poel, Amsterdam en
   de heer R. van Oord, Waddinxveen.
e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van mw. M. Meeder, F. F. J. Gaillard en dr. J. van Lint.
   Het bestuur stelt kandidaat*):
   mw. drs. M. P. Kollenveld, drs. S. H. P. Garst en dr. J. van Lint.
f. Vaststelling van de contributie 1992/1993.
   Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op *f* 55,–.

10.30 h – 16.00 h **Themagedeelte** (studiedag)
16.00 h – 16.30 h **Huishoudelijk gedeelte**
g. Rondvraag.

Programma Studiedag

Het thema van de studiedag is: *Ander onderwijs, andere toets(vorm)en!*

10.30 h – 10.35 h: *Inleiding* op de studiedag
10.35 h – 11.15 h: *Lezing*: 'Geen toets zonder problemen'
Prof. dr. J. de Lange Jzn
11.15 h – 11.30 h: Pauze, koffie, inschrijving op de groepen
11.30 h – 12.30 h: *Keuzegroepen* (eerste ronde)
12.30 h – 13.45 h: Lunch
13.45 h – 14.30 h: *Lezing*: 'Toetsen bij een ander programma'
Mw. G. H. Dekker
14.30 h – 14.45 h: Pauze, koffie, inschrijven op de groepen
14.45 h – 15.45 h: *Keuzegroepen* (tweede ronde)
15.45 h – 16.00 h: Pauze

Nadere informatie over de inhoud van het programma vindt u op blz. 25 t/m 28.

Aanmelding

De studiedag is gratis voor leden. Van niet-leden wordt een bijdrage van *f* 20,– gevraagd.
Bij de aanmelding wordt gevraagd op te geven de keuze van uw werkgroepen, bij voorbeeld: 's morgens groep 4 en 's middags groep 8, te noteren als I-W4 en II-W8.
Aanmelding (**voor 15 oktober 1991**) kan geschieden d.m.v.:
– een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie;
– overmaking van *f* 15,– naar giro 143917 t.n.v. NVvW te Amsterdam o.v.v. 'lunch lid', groepen van uw keuze;
– overmaking van *f* 20,– onder vermelding van 'deelnemer niet-lid', groepen van uw keuze;
– overmaking van *f* 35,– onder vermelding van 'lunch niet-lid', groepen van uw keuze.

Ter plaatse aanmelden kan, de prijzen worden dan verhoogd met ƒ5,–.
Wie prijs stelt op een vegetarische lunch wordt verzocht dit bij de aanmelding op te geven.
Er zijn geen extra kosten aan verbonden.

Certificaat

Wilt u een nascholingsdeelcertificaat ontvangen (zie blz. 31), vermeld dan ook al uw voorletters, uw geboortedatum, en 'certificaat'.
U krijgt het certificaat dan na afloop van de studiedag uitgereikt bij het tonen van een identiteitsbewijs.

*) kandidaatstelling is nu niet meer mogelijk, zie Euclides nr. 9 jg. 66.

▶ Ander onderwijs, andere toets(vorm)en!

Mieke Abels, Henk van der Kooij

Studiedag over toetsen

De studiedag (het inhoudelijke gedeelte van de jaarvergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren) zal dit jaar geheel gewijd zijn aan het thema 'Toetsen'.
De andere benadering van het wiskundeonderwijs, zoals die in de nieuwe programma's (W12-16, Hawex, Hewet) gestalte krijgt, maakt bezinning op de manier van toetsen noodzakelijk. Naast het beheersen van technische vaardigheden, zal een leerling ook vaardig moeten zijn in het gebruiken van wiskundige activiteiten in toepassingssituaties. Dit betekent bijvoorbeeld dat er in de toetsing ook aandacht moet zijn voor probleemaanpak. De traditionele toetsvorm, het schriftelijke werk, blijkt daarbij niet altijd het juiste toetsinstrument te zijn. Op de scholen die betrokken zijn bij de experimenten van W12-16 en Hawex is veel ervaring opgedaan m.b.t. de toetsproblematiek. Gelukkig zijn veel docenten van deze scholen bereid over hun ervaringen, problemen en ideeën te vertellen en ze ter discussie te stellen. Dat gebeurt in werkgroepen.
Verder komen in werkgroepen aan bod: examens nieuwe stijl (CITO), basisvorming, de wiskunde-Alympiade en toekomstverwachtingen omtrent de invloed van de graphic calculator op het onderwijs in de analyse. In totaal is er keuze uit 15 werkgroepen. Daarbij hebben we er voor gezorgd dat iedereen tenminste twee werkgroepen kan kiezen, passend bij een bepaald type voortgezet onderwijs.
Er zijn twee plenaire lezingen rond het centrale thema. Beide inleiders mogen met recht expert op het gebied van de toetsproblematiek genoemd worden.

De middagpauze kan benut worden (in plaats van of na het eten) om een uitgebreide 'tentoonstelling' te bezoeken. De uitgevers zijn daar present met hun methodes en toetsmateriaal, er zijn materialen voor het wiskundewerklokaal te bezichtigen, de graphic calculator kan getest en gekocht worden, experimentele examens mavo-C/D en havo-A/B van 1991, oefenexamens W12-16 en een toetsbundel W12-16 zijn verkrijgbaar.

Wij weten zeker dat iedere docent uit het voortgezet onderwijs die niet naar deze studiedag komt, zichzelf een bijzonder interessante dag onthoudt!

Lezingen

Geen toets zonder problemen.
(Prof. dr. J. de Lange)
De nieuwe programma's voor de bovenbouw van het vwo en havo en het te verwachten nieuwe programma voor de 12-16-jarigen hebben ook de toetsproblematiek duidelijk blootgelegd.
Multiple choice is o zo objectief (?), maar wie en wat toets je eigenlijk? De huidige nieuwe examens vwo en havo verschillen hemelsbreed van multiple choice maar kennen ook hun beperkingen: echt 'open' vragen komen nog nauwelijks voor en het toekennen van een cijfer voor een geleverde prestatie is 'minder' objectief.
Voor een werkelijke 'proeve van bekwaamheid' zijn nog meer toetsinstrumenten vereist: een werk-

stuk of essay is heel geschikt als 'proeve', maar kun je dat nog wel goed beoordelen? De beste beoordelaar is de docent en om diens oordeel beter te kunnen onderbouwen doen bijvoorbeeld in de VS portfolio's hun intrede: iedere leerling krijgt zijn eigen voortgangsarchief. Maar dat kost wel veel tijd van de docent.
Ander onderwijs, andere toetsen. Maar een goed evenwicht is niet makkelijk te vinden.

Toetsen bij een ander programma.
(Mw. G. H. Dekker)
Zoals uit de tweede experimentele examens lbo/mavo C/D is gebleken, kun je op basis van hetzelfde examenprogramma heel verschillende examens samenstellen.
Toetsen, vooral die op examenniveau maar ook proefwerken, laten zien op welke manier het examenprogramma wordt uitgewerkt. Dat in de experimentele examens veel gebruik gemaakt wordt van contexten is geen modegril, maar dat gebeurt op grond van de in het programma genoemde vaardigheid: 'Verbindingen leggen tussen enerzijds probleemsituaties die al dan niet in een wiskundige context zijn gesteld en anderzijds wiskundige begrippen, verbanden en structuren.' Een bijkomend voordeel is dat daarmee een groter aantal onderwerpen in hun onderlinge samenhang getoetst worden. Deze andere manier van toetsen heeft een aantal consequenties voor het zelf maken van toetsvragen en ook voor de lessen die aan het examenjaar voorafgaan.
Onder andere aan de hand van opgaven uit het experimentele C-examen van 1991 zal een aantal belangrijke aspecten aan de orde worden gesteld, zoals: taalgebruik, verschillende opossingsmethoden, het goed formuleren van het antwoord.

Werkgroepen

W1. Een examen na(der) (be)kijken.
(C. F. Johannink)
Bij het nieuwe mavo-programma hoort een nieuw examen. Dit examen bestaat uitsluitend uit open vragen, ook over onderwerpen die nog niet op deze wijze getoetst zijn. In deze werkgroep zal, naast aandacht voor de wijze van totstandkoming van zo'n examen, aan de hand van het examen van 1991 de normering onder de loep worden genomen. Gezien het open karakter van de opdrachten een punt waar met de nodige zorgvuldigheid naar moet worden gekeken.

W2. Experimenteel examen toetsen.
(W. Schaafsma)
Op de experimenteerscholen zijn dit jaar voor de tweede keer 'andere examens' op C- en D-niveau gemaakt. In deze werkgroep zullen de opdrachten die een ander karakter hebben dan in de 'gewone' examens nader worden bekeken. De deelnemers krijgen de gelegenheid eerst zelf de examenopdrachten te maken, daarna worden de mogelijke antwoorden kritisch bekeken.

W3. Mondeling SO op de mavo, hoe gaat dat?
(W. Kuiper)
Bij de verwerking van de leerstof doen we regelmatig een beroep op de leerling om vanuit een bepaalde context een aanwezige probleemstelling eerst goed te formuleren en daarna naar een oplossing te zoeken: Wat wordt nu precies gevraagd? Breng dat onder woorden.
Als experimenteerschool zoek je naar een mogelijkheid om bovenstaande te waarderen. Dit is gerealiseerd door middel van een mondeling schoolonderzoek. Onze ervaring met deze manier van werken is positief. Over het algemeen waarderen de leerlingen het ook positief. In deze werkgroep wordt verteld hoe we het een en ander presenteren aan de leerlingen en hoe zij daarop reageren.

W4. Toetssteen of dobbelsteen?
(Th. Obdeyn)
De nieuwe wiskunde van W12-16 vraagt, naast bezinning op de inhouden, om aanpassingen in de didactiek. Wie zich daarbij overtrokken didactische hoogstandjes voorstelt zit fout. Het gaat meer om een aanpak die een goede leraar zich al jaren eigen heeft gemaakt. Door een aantal accenten te verleggen (en daarbij wat meer met de leerlingen te werken) ontdek je dat wat veel leerlingen elders als vanzelfsprekend kunnen ook bij wiskunde moge-

lijk, ja zelfs broodnodig is. Hoe dat kan en hoe daarbij GWA (Geïntegreerde Wiskundige Activiteiten) een belangrijke rol speelt, daarover gaat het.

W5. Proefwerken en het nieuwe leerplan
(H. Staal, T. Kayser-de Jong)
Verandering van het leerplan voor lbo, mavo en onderbouw van de havo en vwo betekent ook dat er andere toetsen samengesteld moeten worden. Bij de invoering van realistische wiskunde is dat extra lastig, omdat het daarbij vaak moeilijker is om precies vast te stellen wat er geleerd en wat er getoetst moet worden.
De docenten van de Scholengemeenschap Lelystad hebben al meerdere jaren ervaring met het opstellen en afnemen van toetsen bij realistisch wiskundeonderwijs. Een belangrijk onderdeel daarbij is de voorbereiding van leerlingen op de toets. In deze werkgroep willen wij onze ervaringen doorgeven.

W6. De B-praktijk te kijk.
(S. v.d. Goot, W. Verkooijen)
Veel docenten die les geven aan lbo-leerlingen hebben gevraagd: 'Wat gaat er in het nieuwe programma met onze zwakke leerlingen gebeuren? Wat wordt er voor deze leerlingen, die meestal examen op B-niveau doen, gedaan?' Wij willen tijdens deze bijeenkomst duidelijk maken dat deze leerlingen niet worden vergeten. We richten ons daarbij vooral op hoe een nieuw examen voor B-leerlingen eruit zou moeten zien.

W7. Afsluiting van de Basisvorming.
(H. Boertien)
De basisvorming is in de eerste plaats een onderwijspolitieke zaak, gericht op de inhoud van het gehele voortgezet onderwijs. Mogelijk zal de basisvorming voor een deel afgesloten worden met een centrale toetsing.
In de werkgroep zal in het kader van de afsluiting van de basisvorming aan de orde komen:
- De aard van de wiskunde in de basisvorming en de consequenties daarvan voor de toetsing.
- Soorten toetsen die bij de afsluiting bruikbaar zijn.
- Voorbeeldopgaven van de diverse soorten toetsen.

W8. Wiskunde voor zwakpresterende leerlingen in het individueel en voorbereidend beroepsonderwijs.
(D. v. Drooge, W. v. Gaans, A. v. Streun)
De projectgroep Wibo maakt in het kader van de basisvorming, lesmateriaal voor zwakpresterende leerlingen. Het materiaal is vooral gericht op het aanpakken van probleemsituaties en het leren toepassen van wiskundige regels op praktische situaties van het dagelijks leven. In deze werkgroep wordt aan de hand van stukjes lesmateriaal getoond hoe je in de basisvorming met zwakpresterende leerlingen aan wiskunde kunt werken.

W9. Andere ibo-stof, andere toetsen: hoe maak je die?
(G. v.d. Heuvel, I. Klinkenberg)
Het OWI-project (Ontwikkeling Wiskundeonderwijs IBO) maakt nieuwe materialen voor ibo. Daarbij heeft een team docenten toetsen gemaakt. Voor veel docenten is het een vraag, hoe je dat doet. Andere stof en zwakke leerlingen: een probleem met veel kanten. In deze werkgroep willen we iets vertellen van de ervaringen bij het maken van toetsen. We lichten dat toe met een ruime serie voorbeelden, die we in de groep bespreken.

W10. Toetsen havo A. Wat maak je er van als docent en wat maken de leerlingen er van?
(C. Nienhuis)
Het nieuwe vak Wiskunde A geeft docenten en leerlingen veel ruimte voor een eigen(zinnige) aanpak. De manier van toetsen kan daardoor sterk variëren. In het eerste deel van de werkgroep wordt verslag gedaan van ervaringen met wiskunde A-toetsen op een van de Hawex-scholen. Er komen zaken aan de orde als:
- Waar haal je de bronnen vandaan?
- Taalproblemen, niveau, normering, beoordeling.
- Verschillende vormen van toetsen.
In het tweede deel kunnen de deelnemers zelf aan het werk met het bedenken van vragen bij een (con)tekstje. Er kan ook leerlingenwerk ingezien worden.

W11. De ruimte genomen.
(W. Laaper, H. v. Mil)
Bestaande schoolonderzoekpraktijken zijn niet al-

tijd per definitie bruikbaar bij een programmavernieuwing. Bij een practicum Ruimtemeetkunde kunnen een aantal doelstellingen getoetst worden die bij een 'gewoon' tentamen niet aan bod komen:
- Het formuleren van eigenschappen van ruimtelijke objecten door te 'snuffelen' aan concrete modellen.
- Het werken van het materiële naar het mentale niveau en andersom.
- Het formuleren van een gemeenschappelijke oplossing. (De leerlingen werkten in tweetallen.)

In deze werkgroep zal m.b.v. concreet materiaal een en ander worden toegelicht. Er kan ook gewerkt worden aan (een deel van) het practicum.

W12. Examens en Wiskunde A: onmogelijke combinatie of goede afsluiting?
(C. Lagerwaard)
'Het doel van wiskunde A is dat kandidaten aan de werkelijkheid ontleende problemen kunnen doorgronden en kunnen oplossen met wiskundige hulpmiddelen.' (Examenprogramma havo A.) Met het examen willen we meten in hoeverre de leerling dat doel heeft bereikt.
- Kan dat met een schriftelijk werk van drie uur?
- Hoe open mag/moet de vraagstelling zijn om probleemaanpak te kunnen toetsen?

In de werkgroep zullen deze en vele andere vragen aan de orde komen. Recente examenopgaven havo A dienen daarbij als illustratiemateriaal.

W13. Pfffff.... mondeling SO wiskunde voor havo-B...
(M. Voorhoeve, P. Kop)
Het nieuwe leerplan voor de bovenbouw havo B nodigt uit tot een bezinning op de manier van toetsen. In het examenprogramma wordt geëist dat de leerling 'het ruimtelijk voorstellingsvermogen effectief gebruikt' en 'adequate redeneervormen gebruikt'. Bovendien 'kan de computer goede diensten bewijzen bij de overgang van het werken met concrete objecten naar de mentale activiteit'. Bij het toetsen van deze eisen kan een mondeling schoolonderzoek voordelen bieden ten opzichte van het traditioneel schriftelijk. In deze werkgroep worden de ervaringen besproken van leerlingen en docenten met een mondeling SO waarbij de computer als hulpmiddel werd gebruikt (de programma's RUIMFIG en VUGRAFIEK). Er is daarbij ook aandacht voor mogelijke opdrachten, de beoordeling en de voor- en nadelen van een mondeling schoolonderzoek.

W14. Functie-onderzoek in het jaar 2000.
(M. Kindt)
Het tekenen van een grafiek als afsluiting van een serie welomschreven wiskundige activiteiten heeft jarenlang het gezicht van een stuk wiskundeonderwijs in de bovenbouw van vwo en havo bepaald. Met de komst van de grafische zakrekenmachine gloort een nieuwe tijd. Modern functie-onderzoek zal juist vaak starten met een grafiek die dan op het schermpje verschijnt van bijvoorbeeld de TI 81, en wat valt er dan nog te vragen? In de werkgroep zal aan de hand van genoemd machientje (in de VS ontwikkeld met inspraak van deskundigen uit het wiskundeonderwijs!) worden bekeken welke nieuwe mogelijkheden er zijn voor analysevraagstukken. De tijd dringt. Want dat we moeten wachten op het volgende millennium voordat iedere leerling een dergelijk apparaatje op zak heeft, gelooft niemand.

W15. De Wiskunde-A-lympiade
(A. Roodhardt)
De A-lympiade is geen toets in de gangbare betekenis, maar heeft meer het karakter van een wedstrijd. Eigenlijk is het een goede toetsvorm voor wiskunde A. Omdat dit een nieuw fenomeen is willen we aandacht besteden aan de verschillende doelstellingen van de eerste ronde en de finale, de rol van de docent bij de voorbereiding van de leerlingen om in teamverband aan dit type probleem te werken. Tevens is er leerlingenwerk ter inzage.

• Verenigingsnieuws •



▶ Nieuwe programma's wiskunde voor de onderbouw

Evenals een jaar geleden organiseert de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren in samenwerking met het team W12-16 en het APS regionale bijeenkomsten op elf plaatsen in Nederland om informatie te geven over de plannen voor een nieuw leerplan voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs en een nieuw examenprogramma voor lbo/mavo.
Op de najaarsbijeenkomsten van 1990 is een concept examenprogramma mavo/lbo gepresenteerd. Op de komende bijeenkomsten zal een nieuwe versie van het concept examenprogramma mavo/lbo C/D worden besproken, waarin commentaar van diverse groepen is verwerkt. Verder wordt aangegeven hoe de leerweg binnen de verschillende schooltypen (lbo, mavo, havo, vwo) van het begin tot het eind er uit kan zien. Daarover wordt men in werkgroepen per schooltype geïnformeerd.
Er wordt een overzicht gegeven van de stand van zaken en allerlei ervaringen met de invoering op de experimenteerscholen worden doorgegeven. Ook aan de laatste ontwikkelingen rond de Basisvorming zal aandacht besteed worden.
Bezoekers van deze bijeenkomsten ontvangen een boekje met informatie over de nieuwe wiskundeprogramma's; ook in workshops zal materiaal worden uitgereikt.
Iedereen die belangstelling heeft, is van harte welkom.

Men schrijft steeds in voor twee bijeenkomsten in dezelfde plaats: een in september/oktober en een in november 1991. Er is weer gekozen voor een opzet van twee bijeenkomsten om deelnemende docenten de gelegenheid te geven in de tussenliggende periode met het materiaal te experimenteren in de klas en/of het met collega's te bespreken.

Alle bijeenkomsten worden gehouden van 15.30 – 19.30 uur.

Data: 30 september en 4 november 1991.
Plaats:

GOES	Buys Ballot College, Bergweg 4.
GRONINGEN	Noordelijke HS, Ubbo Emmius, Grouwelerie 6.
UTRECHT	KSG Lunetten, Kampereiland 6.

Data: 1 oktober en 5 november 1991.
Plaats:

AMSTERDAM	P Nieuwland College, Nobelweg 6 (NS Amstel).
GELEEN	Anna Mavo, Geenstraat 32 A.
ZWOLLE	SG Prof. dr. Greydanus, Campus 5.

Data: 2 oktober en 6 november 1991.
Plaats:

ALKMAAR	Bram Daalder Mavo, Rubenslaan 14.
ARNHEM	Thorbecke SG, Thorbeckestraat 17.
ROTTERDAM	Citycollege, St. Franciscus, Beukelsdijk 91.

Data: 3 oktober en 7 november 1991.
Plaats:

EINDHOVEN	Ped. Techn. HS, TU 't Eeuwsel.
LEEUWARDEN	Mavo Nylan, Prinsessenweg 4.

Aanmelding

U kunt zich voor deze bijeenkomsten aanmelden door overmaking van *f*35,– p.p., of voor leden van de NVvW *f*25,– p.p. (inclusief broodmaaltijd) naar



giro 143917 t.n.v. NVvW te Amsterdam, onder vermelding van:
- naam, adres, woonplaats
- naam, adres van de school
- plaats van keuze.

Wilt u zich **voor 23 september 1991** aanmelden. Aanmeldingen waarbij de bovengenoemde gegevens ontbreken kunnen helaas niet in behandeling worden genomen.
Personen of instellingen die alleen een abonnement op Euclides hebben bij de fa. Wolters-Noordhoff zijn geen lid van de vereniging en dienen dus *f*35,– p.p. over te maken.

Voor meer informatie: bel de ledenadministratie van de NVvW 076-65 32 18.

▶ Uitwisselingsbijeenkomsten Hawex

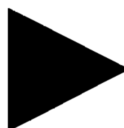
Op grond van het succes van de proefbijeenkomst in Rotterdam (zie Euclides jrg. 66, nr. 8) worden door de NVvW in de volgende plaatsen Hawex-bijeenkomsten georganiseerd (van 15.45 u. tot 18.00 u.):

– maandag	11 nov.	Arnhem
– dinsdag	12 nov.	Groningen
– woensdag	13 nov.	Amsterdam
– donderdag	14 nov.	Zwolle
– donderdag	14 nov.	Eindhoven

Uitwisseling van ervaringen (per methode/per vak/algemeen) en met name repetities/schoolonderzoeken vormen de hoofdschotel.
Voor de aanmelding (**voor 24 oktober**) verzoeken wij u gebruik te maken van het formulier dat naar elke school is gestuurd (de regio Zuid-West-Nederland ontvangt apart bericht over de vervolgbijeenkomst in februari 1992).
Neemt u s.v.p. contact op met Felix Gaillard (076-65 32 18) in het geval u niet beschikt over dit formulier of andere inlichtingen wenst.

▶ Voordracht wiskunde A

Op 17 september 1991 heeft drs. Rob Bosch in Breda een voordracht gehouden over grafen en matrices in het wiskunde A-onderwijs.
In deze voordracht werden zin en onzin van contexten waarbinnen grafen en matrices voorkomen besproken. Tevens werd de wiskundige achtergrond van met betrekking tot grafen en matrices geïntroduceerde begrippen onderzocht. In het bijzonder werd de matrix als afstandsmatrix en als verbindingsmatrix besproken. Leidraad bij de voordracht was een op het vwo veel gebruikt wiskundeboek.
Leden van de NVvW die het op prijs stellen dat in hun regio ook zo'n bijeenkomst georganiseerd wordt, kunnen dat aanvragen bij de ledenadministratie: tel. 076-65 32 18.
De voordracht is gratis voor leden. Anderen zijn ook welkom. Van hen wordt een bijdrage in de onkosten gevraagd.



Mededeling

Vijfde Landelijke Onderwijswedstrijd

Voor het vijfde achtereenvolgende jaar organiseert de Volkskrant een landelijke onderwijswedstrijd met als thema 'Maakt u de meest informatieve lessenreeks van Nederland?'.
Deze wedstrijd staat open voor docenten aan havo/vwo en hbo-opleidingen in alle vakken en voor studenten aan lerarenopleidingen hbo/wo. Wie een serie van ongeveer zes lessen op het eigen vakgebied met of over de krant maakt en daarmee de leerlingen weet te boeien, dingt mee naar: de hoofdprijs van *f*1000,–, de tweede prijs van *f*750,– en de derde prijs van *f*500,–. Bekroonde lessenreeksen maken kans op publikatie in de serie boekjes 'Lessen uit de krant'.
De uiterste inzenddatum is 31 maart 1992.
Wedstrijdbrochures met meer informatie, onder andere over de manier waarop de lessenserie gepresenteerd moet worden, zijn te verkrijgen bij de afdeling Promotion & Public Relations van de Volkskrant, tel. 020-5 62 25 33.

● Verenigingsnieuws ●



► Van de bestuurstafel

Agneta Aukema-Schepel

De basisvorming gaat door. Gelijktijdig zal vanaf 1993 naar de verwachting een nieuw wiskundeleerplan W12-16 ingevoerd worden. Echter, geld om de experimenten op de 6 volgscholen voort te zetten, is niet beschikbaar, zodat er **maar 3 experimenteerscholen** overblijven!
In een persoonlijk schrijven aan de heer Wallage heeft het bestuur meegedeeld dit beslist onverantwoord te vinden. Op de najaarsbijeenkomsten over de nieuwe programma's voor de onderbouw hoort u hoe de stand van zaken dan is.

Met de inspecteurs drs. W. Kleijne, dr. J. Nijenhuis en J. ten Wolde bespraken wij de mogelijkheid om **nascholingscertificaten** voor promotiecriteria uit te geven. Daarvoor komen o.a. in aanmerking onze studiedag, het wintersymposium van het WG en de vakantiecursus van het CWI. Door verschillende activiteiten te combineren kan men zo aan het verplichte minimum van 20 lesuren voldoen.

Er is dringend behoefte aan een nieuwe **nomenclatuur**. Bij de Hawex- en W12-16-leerboeken en toetsopgaven is duidelijkheid gewenst over gebruikte terminologieën. Op 20 augustus heeft het bestuur onder andere hierover een gesprek op het ministerie gevoerd.

Over het algemeen vonden de aanwezigen op onze **examenbesprekingen** de wiskunde-examens van goed niveau. Men was heel tevreden over het lbo/mavo C-werk, hoewel enkelen het veredeld B-werk vonden. Alleen bij het D-examen waren er klachten over tijdnood en scoorde men (daardoor?) zeer laag op de open vraag over vectoren. De CEVO die, naast de steekproefresultaten, terdege rekening houdt met deze meningen, verschoof daarom alleen bij het lbo/mavo D-examen de cesuur, en wel naar 48/49, waardoor het percentage onvoldoende van 58 naar 41 ging.

De steekproef van de eerste 5 leerlingen per groep, respectievelijk van alle leerlingen bij de 28 hawexexperimenteerscholen geeft dan:

	% onvoldoende	gemiddeld cijfer
lbo/mavo C	50	5,4
lbo/mavo D	41	5,8
havo	46	5,6
havo A	28	6,2
havo B	38	5,8
vwo A	32	6,2
vwo B	43	5,7

Zoals u ziet, geen fraaie getallen! Probeerden, (misschien door de KIES EXACT campagne?) teveel leerlingen een voor hen te zwaar wiskunde-examen te maken? Volgens sommigen ontbreekt het veel leerlingen aan concentratie- en doorzettingsvermogen, maar hoe kunnen wij hier iets aan veranderen? Hebt u een mening over de examens? Wanneer u uw oordeel over het examen 1992 op een examenbespreking geeft en dat oordeel door anderen wordt gedeeld, dan weegt dat in volgende jaren mee. Ook daarom is het nuttig zo'n bespreking bij te wonen!

De **experimentele C/D-examens** werden door 100 D- en 70 C-leerlingen naar volle tevredenheid gemaakt. Het viel op dat de traditionele opgaven slechter gemaakt werden dan de vernieuwende opgaven, die speciaal in het C-examen goed tot hun recht kwamen.

De **graphic calculator** is in opkomst (zie werkgroep 14 op de studiedag). Deze kan praktisch elke vwo-B examenopgave oplossen. In hoeverre moeten leerlingen bijvoorbeeld nog zelf kunnen primitiveren

als deze calculator het antwoord zó geeft? Kernvraag: wat voor wiskunde willen wij aan leerlingen leren?
De terugtredende bezuinigende overheid zal moeilijk geld vrijmaken voor een Hewetachtige nieuwe vwo-B commissie. En toch vindt het ministerie dat elk vak maximaal eens in de 4 jaar het examenprogramma mag veranderen..., ook een onderwerp van de vergadering op het ministerie.

Het **AGV**[1]-voorstel van PRINT[2] (zie Euclides 66/8/253) gaat nu ter advisering vanuit het ministerie de ronde doen langs de nodige instanties, zoals onderwijsraad en inspectie, omdat het een wijziging van het vwo-A-examenprogramma betreft. Voor de scholen die nu met SORBET en VU-DYNAMO experimenteren zijn er geen faciliteiten meer. Doorgaan kan alleen als voor hen een aangepast CSE beschikbaar is.

Op 20 april j.l. hebben de redactie van **Euclides** en het bestuur samen officieel afscheid genomen van Auke Oosten als redactievoorzitter en Felix Gaillard als vertegenwoordiger van het bestuur bij de redactievergaderingen. Op originele wijze werd de waardering voor hun werk voor Euclides en de vereniging hierbij tot uitdrukking gebracht.
Inmiddels prijzen wij ons gelukkig twee nieuwe kernredactieleden gevonden te hebben, en wel Bert Zwaneveld als opvolger van Auke en Ynske Schuringa als eindredacteur, opvolgster van Agnes Verweij die wel als lid van de redactie werkzaam blijft. Freek Mahieu volgt Felix op.
Wij vertrouwen op een goede samenwerking.

Het RION-onderzoek **'meisjes en wiskunde'** concludeert dat de grote verschillen in keuze tussen jongens en meisjes niet toe te schrijven zijn aan de individuele docent. Verrassend...? Waaraan is het wel toe te schrijven, dat zouden wij graag weten!

Noten

1 Automatische Gegevens Verwerking.
2 PRoject Invoering Nieuwe Technologieën.

Verschenen

Klamkin, M. S.: *Problems in Applied Mathematics* SIAM ISBN 0-89871-259-9; 588 blz.

Verdeeld over 22 secties bevat deze bundel een selectie uit de vraagstukken zoals die zijn gepubliceerd in de Problem Sections van de SIAM-Review. Elke opgave is voorzien van een (gedeeltelijke) oplossing. Iedere sectie heeft een eigen literatuurverwijzing.

Steeb, W. H.: *Problems in Theoretical Physics*, Volume I & II; Wissenschafts Verlag Mannheim; DM 29.80 (elk); 200 blz.

Deze twee bundels geven een grote collectie problemen, variërend van elementair in band I tot geavanceerd in band II. Vele gebieden van de toegepaste wiskunde en de theoretische natuurkunde komen aan bod. Nagenoeg alle problemen zijn uitvoerig uitgewerkt en literatuurverwijzingen voor verdere studie zijn opgenomen.

Kalender

30 september en 4 november 1991: Goes, Groningen en Utrecht, Regionale bijeenkomsten over W12-16. Zie blz. 29 en 30 van dit nummer.
1 oktober en 5 november 1991: Amsterdam, Geleen en Zwolle, Regionale bijeenkomsten over W12-16. Zie blz. 29 en 30.
2 oktober en 6 november 1991: Alkmaar, Arnhem en Rotterdam, Regionale bijeenkomsten over W12-16. Zie blz. 29 en 30.
3 oktober en 7 november 1991: Eindhoven en Leeuwarden, Regionale bijeenkomsten over W12-16. Zie blz. 29 en 30.
9 oktober 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
26 oktober 1991: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Zie blz. 24 t/m 28 van dit nummer.
11 november 1991: Arnhem, Regionale Hawex-bijeenkomst. Zie blz. 30.
12 november 1991: Groningen, Regionale Hawex-bijeenkomst. Zie blz. 30.
13 november 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
13 november 1991: Amsterdam, Regionale Hawex-bijeenkomst. Zie blz. 30.
14 november 1991: Zwolle en Eindhoven, Regionale Hawex-bijeenkomst. Zie blz. 30.
11 december 1991: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Inhoud